

Early European Books. Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.191



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.191

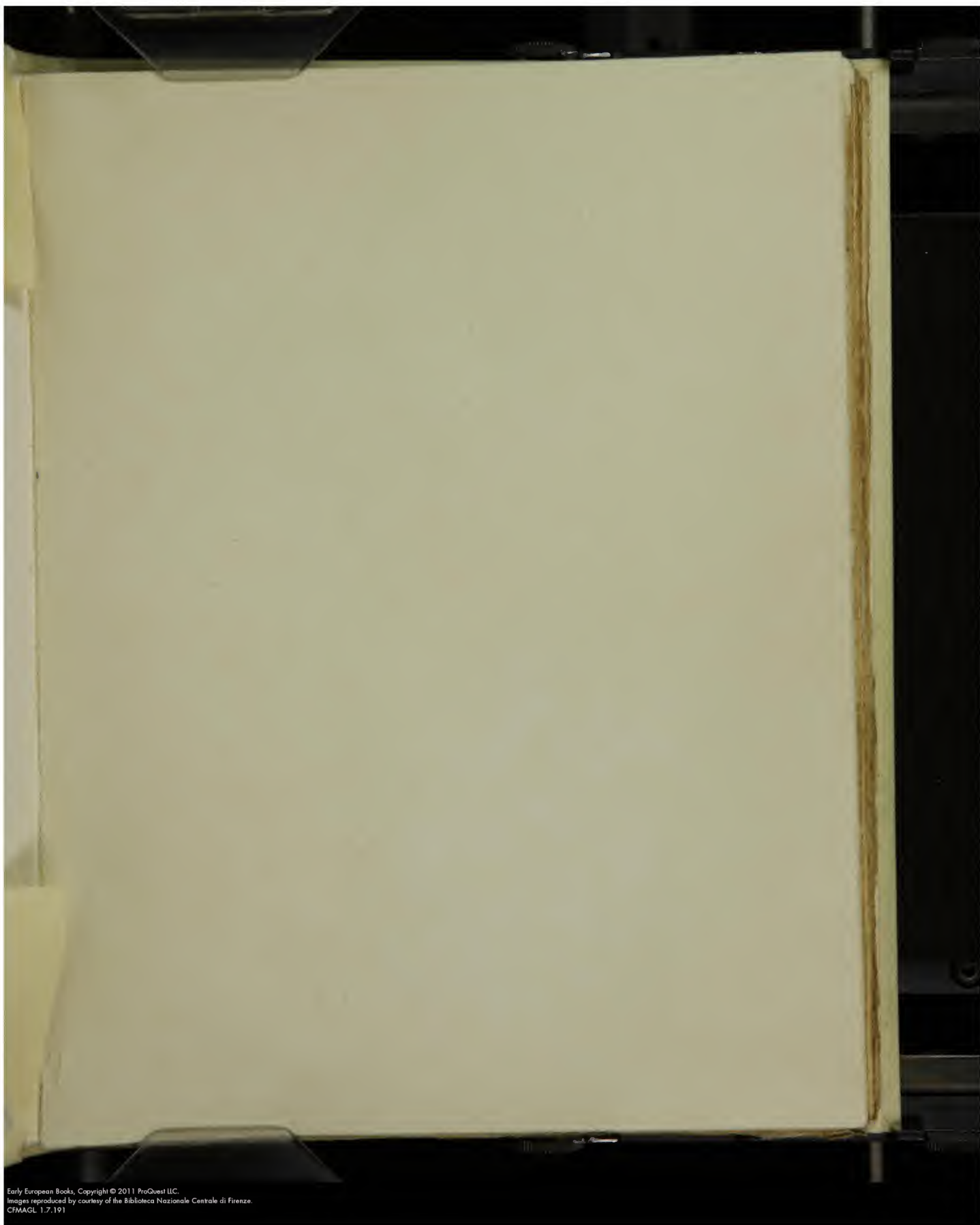


Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.191

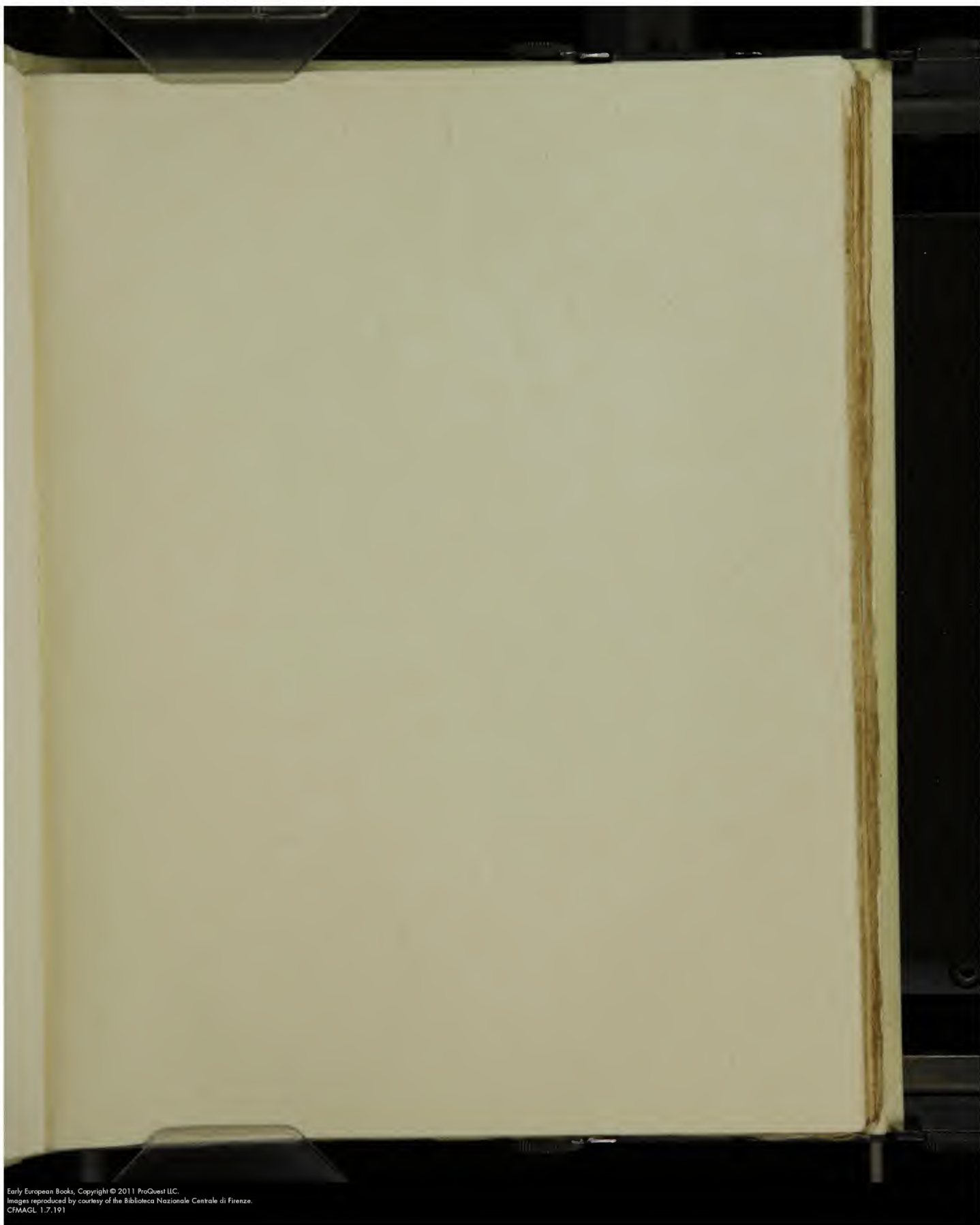


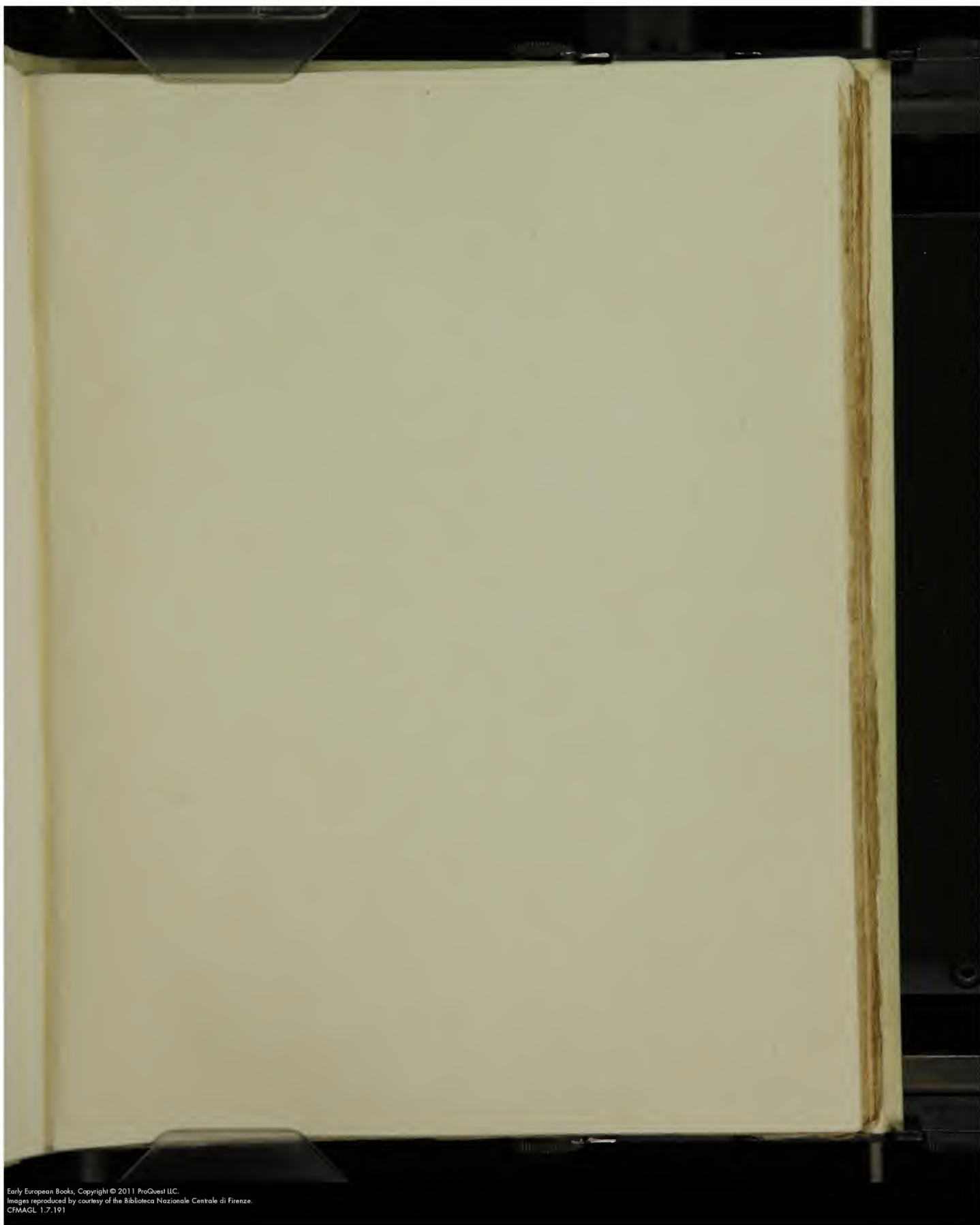
Early European Books. Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.191





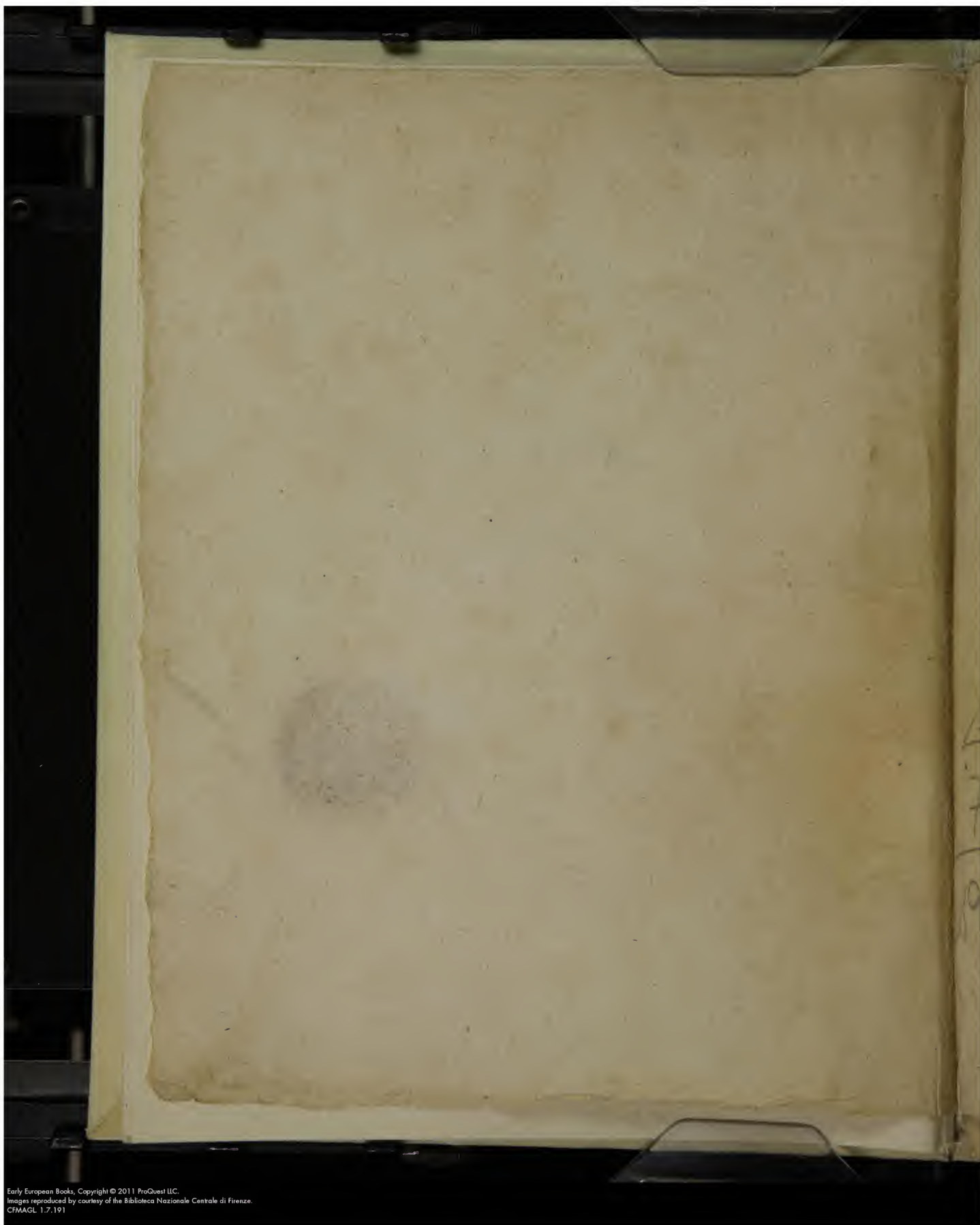
1. 7. 191





A

1
7
191



CONTROVERSIÆ

De verâ Circuli mensurâ

Anno c l o l o c x l i v exortæ,

Inter

CHRISTIANVM SEVERINI,

LONGOMONTANVM, CIMBRVM,

Superiorum Mathematicum

in Regiâ Danorum Academiâ Hafniensi,

Professorem publicum

ET

IOANNEM PELLIVM,

CORITANO-REGNVN, ANGLVM,

Matheseos,

In Illustri AMSTELODAMENSIVM Gymnasio,

Professorem publicum.

PARS PRIMA.



AMSTELODAMI.

Apud IOANNEM BLAEV,

c l o l o c x l v i i.

CONTROVERSI A

c II

De Verâ Circuli Mensurâ,

ANNO cId Id cXLIV EXORTA,

Inter

CHRISTIANVM SEVERINI,

LONGOMONTANVM, CIMBRVM,

Superiorum Mathematicum, in Regiâ Danorum Academiâ
Hauniensi, Professore Publicum;

ET

IOANNEM PELLIVM,

CORITANO-REGNV M, ANGLVM,

Matheseos, in Illustri Amstelodamensium Gym-
nasio, Professore Publicum.

Q Vonium CH. S. LONGOMONTANVS, missis aliquoties pri-
vatis ad amicos literis, his autem publice famosis libellis Hauniæ
impressis, tot de me injustas querelas contumeliosè sparsit; tandem
decevi, ea quæ contra illum scripsi, exponere, adjunctis iis quæ ille
contra me edidit. Ita enim clarè perspicient Lectores, me non illi, sed
illum mihi fuisse injurium. Apponam & alia ab hac narratione & de-
fensione non aliena, ut illum tam inconsideratè scripsisse pœniteat, aliis
se nova & utilia hic reperisse gaudeant. Ad quos scopos certius per-
veniemus, ubi hujus controversiæ occasionem & initia paulò altius, quasi
à primis suis incunabulis, reperivero.

Circiter calendas Iulias Anni cId Id XLIV, incidi in
Catalogum librorum, Typis Blauianis Amstelodami impresso-
rum, eorumque nomina percurrenti, occurrit
Longomontani C. S. Astronomia Danica. fol.

Ejusdem, de Verâ Circuli mensurâ, libelli duo. 4°

Quæro statim, quamdudum hi libelli fuerint impressi: respon-
dent Blauiani, modò ex suo prelo prodiisse. Eos igitur confe-

A

stim

stim posco, ut me scilicet primum suâ bearet sapientiâ. Allati, inscriptionem præ se ferebant, propter quam vadimonium defereres, nempe

CHRISTIANI SEVERINI LONGOMONTANI, CIMBRI,

„ Rotundi in plano, seu Circuli, absoluta mensura,

„ Duobus libellis comprehensa,

„ Quorum Prior veram constitutionem Peripheriæ Circuli Syntheticè
„ perficit, & mox hujus ad Diametrum rationem.

Posterior Geodesiam Rotundi in plano analyticè absolvit, &c.

Sequebantur Epistolæ confidentissimæ. Invento, inquit, non-
„ stro equidem tantam fiduciam tribui, ut non veritus sim, de famâ pa-
„ riter & fortunâ meâ cum quovis, præcipuè verò inter præstantes Ma-
„ thematicos, calamum contra stringente, periclitari. Velut quoque
„ supplices literæ de hac re ad Serenissimum & Clementissimum Regem
„ meum submissæ scriptæ, & ante biennium editæ, omnibus testantur.
„ Non enim exigui momenti esse putavi, Problema Cyclometricum à plu-
„ ribus Mathematicis, omnis literarii seculi sollicitè agitatum, primum
„ nunc inventum, & exquisitè in Numeros esse solutum. Hæc, & simi-
„ lia plura, ille in Epistolâ Dedicatoriâ, quam inscripsit Nobilissi-
„ mo & Consultissimo Viro D. Alberto Conrado Burzio, Amstelodamensis
„ Reipublicæ Consuli &c. Ipsi Calendis Sexteilibus, Anni 1643. E-
„ andem confidentiam invēni, in Epistolâ ad Lectorem Diametricum
„ affirmantis se incredibili per plures annos exploratione, veram Dia-
„ metri Circuli rationem ad peripheriam, ipsiusque circuli legitimam,
„ genuinam & absolutam mensuram invenisse, eamque istis libellis con-
„ firmasse & luculenter demonstrasse, adeo ut quod hætenus in hoc ar-
„ gumento forte demonstrationum involucris præclusum fuerat, à Mathe-
„ maticum Tyronibus cæteroquin mentem adhibentibus, satis clarè nunc
„ cognoscatur. Si quis autem, inquit, se ex Labyrintho Cyclometrico
„ nondum liberatum conquiritur, causam indicet, cur in luce meridianâ
„ cespitet, & Demonstrationes à Naturâ derivatas fastidiat. Conclu-
„ dens autem, Spero, inquit, Benignum Lectorem incredibilium no-
„ strorum laborum, quos huic argumento aliquando expediendo per plu-
„ res annos impendimus, æquum aestimatorem futurum, nec hos à poste-
„ ritate, si quæ futura, unquam negligendos.

Hiscæ

Hiscæ præfationibus tandem finitis, *Contenta Capitum* sese perlustranda obtulerunt. Verùm Capitis tertii titulus [*De verâ constitutione Peripheriæ Circuli, & Diametri ejus ad eandem ratione*] ulterius progredi non permisit. Cupiebam quàm primùm videre, *quantam* tandem *peripheriam* reperisset. Quod dum, ab initio capitis orsus, quæro; me aliquantisper remorantur quædam, ut mihi videbantur, arroganter dicta. Paucula enim locutus de duarum figurarum heterogenearum ratione, quam se invenisse somniat, *Pro quâ*, inquit, *inveniendâ Ratione, si præ-* Pag. 13. l. 1.
decessores ingenii acumine mediocri nisi fuissent, supplementum Geometriæ in Rotundi verâ mensurâ pulchrè perfecissent. Hominis *αὐθάδεια*, tanquam malum auspicium, detestatus, paginas undecim transilio. In fine demum capitis, inveni hæc verba: *Sit* Pag. 24. l. 15.
Diameter circuli, in vero numero 43, erit peripheria √ 18252. Ratio autem perimetri ad suam Diametrum ex hisce utrisque in solutis numeris est $\frac{14188}{10000}$ *In contrariis vero* $\frac{111}{610}$ *quàm proximè.*

Quæ cum vidissem etiam in aliis ejusdem libri locis identidem repetita; Egomet continuè mecum: *Hæcine illa sunt, quorum subtilitatem nemo nostrum assequi potest? quæ alicui præstanti Mathematico Italo, Galilæo scilicet Linceo aut Camillo Glorioso, judicanda tradi optavit? quæ samâ pariter & fortunis oppignoratis, contra quoslibet etiam præstantissimos Mathematicos defendi posse & debere putabat? quæ incredibilibus multorum annorum laboribus eruta gloriatur? quæ à Celsissimis & Potentissimis Confederati Belgii Ordinibus, tanquam re penitus confectâ, nescio quod, magnificum præmium expectarent? O spes fallaces! O frustra suscepti labores!* p. 14. l. 14. Ep. Dedic. pag. 50. p. 2. l. 11. p. 2. l. 32. Ep. Dedic.

Cœpi etiam misereri infelicis senis, tantorum laborum fructu, tantoque vitæ spatio planè multati. Verùm illas cogitationes expulit indignatio, cum viderem hominem tam perverse literas sacras, ad suas nugas incrustandas detorquentem; tam impudenter paralogismos suos venditantem, & præcipuos totius Orbis Mathematicos temere provocantem; typographi celeberrimi atque aliàs de Mathesi optimè meriti operâ, in deliramentis illis excudendis, abutentem; in nostrum Gymnasium

nasium & tantum non in ipsam Cathedram cum istis affaniis, irrumpentem, quippe Urbis hujus Consuli, Gymnasique nostri Curatori, inanes istas pollicitationes & temerarias provocationes inscribentem. Quæ omnia facinora posteaquam simul considerâsem, sanè pro eo ac debui, graviter molestéque tuli. Nec diutiùs tacere libuit. Librum abjicio, & jam altiùs loquens, ut qui in Bibliopoléo unà aderant, audire possent: Tot, inquam, annorum labor tantus, toties editus, unâ in pagellâ, paucularum horarum labore, funditus refutari potest.

Inde verò discedens atque eadem recogitans, animadverti propiùs hæc *ad me* spectare, quàm ab initio videbantur. Quum enim post meum adventum in hanc urbem, iste liber impressus fuisset, & ab eo Typographo, cui ego quamprimum Diophantum meum excudendum tradere statueram: omnino metuebam ne forte alii Mathematici putarent, istos Longomontani libellos, in hac urbe & in illo Typographéo, *me probante*, fuisse impressos. Quam, tanquam summam & turpissimam infamiam, à me omni conatu amoliendam censebam. Decrevi igitur aliquid efficere, quo possent omnes scire, *me illos Cyclometricos libros, priusquam fuerint impressi, non vidiisse, nedum probasse; nec illos unquam probare posse*; quippe quos scirem *plenos falsissimis conclusionibus atque putidissimis paralogismis*. Arbitrabar tamen melius fore, si hoc non tantum dicerem, sed & demonstrarem; quamvis illud negotium ad *alios* potius harum regionum Mathematicos pertineat, qui procul dubio cavebunt, ne quid, suæ patriæ res publica, detrimenti capiat, si tanta fuerit Longomontani confidentia, ut etiam Celsiss. & Potentiss. Ordinibus se imponere, atque ex eorum munificentia, nostræque incuria, ditiores fieri posse speret; quod ille in Epistolâ Dedicatoriâ somniare videtur. *Mihi* autem necessitatem, de refutatione statim cogitandi, attulerat non solum causa illa *mibi cum omnibus bonis communis*, Amor nempe veritatis, quam contra imperitorum & sciorum dogmata qui non tuetur, indignus

gnus est qui illam sciat: sed & alia peculiaris & mihi propria, quod lectoribus suis me fere solum aut saltem precipue, provocasse videretur. Nam qui omnes Mathematicos laceffit, eamque provocationem, nostri Gymnasii Curatoribus offert, nonne videtur initium à me fieri velle? Quamvis enim Longomontanus istos libros huc miserit ante meum adventum in hanc urbem; lique typis Blavianis prius erant absoluti, quam me nòisset Blavius; Vnde tamen, hæc ita se habere, scirent Lectores? At qui publice illum refutat, non solum se ista non probasse; sed & rationes suas cur non probet, ostendit. Nec meo muneri satisfacisse viderer, nisi non solum auditoribus meis consulissem, verum etiam & aliis prospexissem. Illos enim viva voce monere potui, ne paterentur se, propter Autoris aliquam famam, tam crassis, libri in hac urbe impressi, erroribus seduci; at longè plures erant, qui in illius libros hinc sparsos incidere poterant, meam admonitionem audire non poterant: Cum tamen omnium tironum omnino scire interesset, Virum celebrem; Tycho-
nis discipulum & adiutorem; Astronomiæ Danicæ ex Tychonicis observationibus conditorem; Mathematicum, in regno Daniæ, professorem
primarium; Senem otlogenarium, tam crasse, tam turpiter in rebus
Geometricis errasse; & in istis erroribus, qui sine universæ Geometriæ
ruinâ defendi non possant, plusquam xxx annos perseverasse; nec pro-
priis meditationibus, aliorumve præceptorum Mathematicorum priva-
tis admonitionibus adduci potuisse, ut errores tam manifestos tamque
indignos Mathematico agnosceret atque rejiceret: Ideoque non temere
esse, quod toties à peritioribus moneantur, ne cui propter solam au-
toritatem aut doctrinæ opinionem credant; nec Scriptorum famam confi-
derent, sed rationes; præsertim in Mathematicis, ubi non quis di-
cat, sed cur dicat, querendum: Maxime autem cavendum esse, ne levi
& persunctoriâ Geometria & Arithmetica cognitione contenti, ad
Astronomiam festinantes, ovespædatis auscultare, celestia illotis ma-
nibus atrectare, & de divinorum operum legibus philosophari prius
inspiciant, quam puræ Matheſi litaverint; ne dum sibi supra omnes
mortales deudædæsi videntur, fiant Icarii. Sæpiſſime enim accidere,

Epist. Dedic.
Longomont.

illis

illis, qui alis Platonis non bene instructi, in calum subvolare conantur, ut decident in irrequietum aliquem Oceani Chimæoplastici Euripum, (quales multi sunt in orbe Phantastico; Cosmometricus, Apotelesmaticus, Automatopoëticus, Cyclometricus, Mesolepticus &c) ubi diu multumque jactati, tandem absorbentur.

Nosse omnia hæc, salus est adolescentibus,

Maturè ut cum cognòrint, perpetuò oderint, credantque multò satiùs esse, Cretam nunquam videre, quàm in Labyrintho miserè perire; & Mathesin nunquam attigisse, quàm ut leviter tantum illo studio tincti, fiant *ἀντίγνητοι* scioli, audeantque nodos, prorsus insolubiles, sibi solvendo sumere; dictitantes nihil esse quod labor improbus non possit vincere; donec tandem (postquam incredibiles exantlaverint labores, innumerisque vigiliis exhausti fuerint) viderint se operam atque oleum perdidisse; famæ & fortasse etiam facultatum & valetudinis jacturam fecisse; atque vulgi quidem Fabulam factos esse, prudentioribus autem Exemplum unde discant, ubi semel Mathesi manum admo-veris, aut conandum ut periti-simus fias, aut summo opere cavendum, ne falsâ teipsum magnæ peritiæ persuasione decipias.

Hujusmodi rationibus adductum ut me ad refutationem componendam accingerem, porrò instigabant nonnulli bene de me meriti, qui quamvis Diophantum meum efflagitarent, patiebantur tamen optimi illius Arithmetici illustrationem tantisper seponi, donec pessimum hunc Geometram refutâsem. Tanto desiderio efferebantur videndi breve illud & novum refellendi genus, cujus spem fecerat vox ista, quam mihi in Bibliopoléo dolor expresserat. Nòrant enim pleròque putare, Refutatoris esse, omnia sui adversarii argumenta enumerare, iisque ordine respondere. Quod & multi factitârunt; unde citò, immane quantum excrescit libri moles, præsertim si pervicax homo sua defendit, atque ferram contentions aliquoties reciprocant *ἀνταγωνιστῶν*, cedere nescii. At mihi longè alia refutandi ratio placuit, quæ præcipuæ controversiæ jugulum rectâ peteret, neque ullum adversarii argumentum attingeret. Ruet enim necessariò non tantum

p. 4. l. 8.

tantum omnis conclusio, cujus contradictoriam demonstraveris; sed & ipsæ argumentationes, quæ istam conclusionem demonstrasse videbantur, simul peribunt. Nam demonstrationes, quæ falsam conclusionem confirmant, non possunt non esse paralogisticae, aut unâ saltem falsâ assumptione contaminatae. Itaque Mathematicus rarissimè curat sciolorum *paralogismos*, qui innumerabiles esse possunt; verum ipsam paralogismorum *conclusionem* esse *falsam*, demonstrat: Sive, quod idem est, sapissimè veritatem propositionum demonstrat, repugnantes refutando $\alpha\lambda\lambda' \epsilon\iota\varsigma \alpha\delta\upsilon\nu\alpha\tau\eta\nu \alpha\pi\alpha\gamma\omega\gamma\eta\varsigma$, per *abductionem ad impossibile*. Exempli passim habentur apud Euclidem, qui tamen Contradictentium ratiunculis enumerandis solvendisque contaminari debuisse sua Elementa non putavit. Seorsim ista scruta congerenda censuit, scripto libro $\psi \delta\delta\alpha\gamma\omega\gamma\eta\nu$ [Proba vox est, Lector, etiamsi illam, ut & alias Græcorum Mathematicorum complures, tui Lexicographi non habeant] Quem librum Proclus ait $\kappa\alpha\theta\alpha\rho\iota\chi\acute{o}\nu$ esse $\kappa\alpha\iota \gamma\upsilon\mu\nu\alpha\sigma\tau\iota\kappa\acute{o}\nu$, id est, aptum natum ad mentes tironum *purgandas & exercendas*, quò facilius possent paralogismos & pseudographemata deprehendere, & sibi à captionibus cavere. Tantum artificem mihi imitandum duxi, ideoque statui *precipuum* novi nostri *Cyclometriae conclusionem statim refellere*; Ratiunculis autem quibus illam probare conatur, tum demum seorsim *respondere*, ubi reliquos ejus libros de hoc argumento editos legissem. Quorum nomina aliqua ipse in hisce libellis laudat; *Suas nempe supplices literas ad S. Regem Danie*; *Cyclometriam Hamburgensem*; *Libros suos de Quadraturâ circuli*; *Problema Cyclometricum perillustri & magnifico Regio Cancellario Anno 1640 dedicatum &c.* Quos omnes mihi esse comparandos atque examinandos censui, quo melius possent omnes ejus pseudapodixes simul enumerari. Credebam enim me bene mereri posse de Mathematicum cultoribus, si justum volumen *De erroribus Longomontani*, vel, adjunctis etiam aliis Paralogistis & Pseudographis, Librum integrum *De Pseudariis*, cum Euclideus ille perierit, ederem: in quo

Περί λ. 6
pag. 20.
Edit. Basil.
Anno. 1533

p. 3. l. 14.

p. 2. l. 15.

pag. 4. l. 20.
Præf. ad
Lect. Dia-
metric.

p. 7. l. 14.

quo argumento benignissimam exemplorum copiam mihi Longomontani libros suppeditare posse non dubitabam. Quia verò libri illi hîc non sunt venales, & reliqui Paradiorthotæ & Matheſews corruptores, hiſce in provinciis, fere ſunt ignoti; videbam illos cito comparari non poſſe: Multò autem diutius expectandum fore, ſi, quò plenius exiret illud opus, apponerem omnigena exempla eorum, qui vera argumentis vitiſis demonſtrare conati ſunt; ideoque, dum bene de Mathematicis mereri voluerunt, malè non ſolum de Matheſi, ſed & de Logicâ commeruerunt, Rationis humanæ leges corrumpendo, atque interim ipſam veritatem, quàm confirmare & ſtabilire cupiebant, dedecorando atque ſuſpectam reddendo, quaſi, quum non poſſet juſtis rationibus defendi, ſophiſmatis eſſet ſuffulcienda. Quòd ſi propter proſectam Longomontani ætatem, maturanda videretur plena refutatio eorum omnium, quæ ille ſcripſerat de argumento Cyclometrico, ne ille abiret ad plures, prius quàm noſſet, quid Auſtralioreſ Mathematici de ejus conatibus ſentirent; *Initium* tamen faciendum eſſe cenſui à generali illâ refutatione *quæ demonſtraret* FALSAM

p. 7. l. 21.

p. 3. l. 15.

p. 7. l. 9.

p. 14. l. 24.

l. 25.

ESSE ISTAM CIRCULARIS AREÆ PERIPHERIÆQUE MENSURAM, *quam Longomontanus venditat; & proinde* argumenta omnia *tam mihi viſa, quàm non viſa, tam jam edita, quàm ea quæ poſthac pro falſâ illâ menſurâ edi poſſent*, paralogiſtica eſſe & mera ſophiſmata. Reliqua autem, quæ falſæ iſti concluſioni *De circuli menſurâ* ſuperſtruxerat, nullius eſſe momenti, labefactato eorum fundamento, tam manifeſtum eſt, ut vel leviffima admonitio eâ de re, ſupervacanea cenſeri poſſit.

Redactâ igitur in hunc modum totâ controverſiâ ad *unam ſimplicem propoſitionem*, reſtabat tota noſtra oppugnatio ad *unum* etiam firmum *argumentum* reducenda. Et illud quidem ſatis facilè occurrebat, nempe FALSAM eſſe omnem enuntiationem, quæ magnitudines, revera *inequales, æquales* eſſe affirmat: At talem eſſe iſtam Longomontani: rectam enim illam, quàm ille peripheriæ *æqualem* eſſe contendit, revera

MAIO-

MAIOREM esse; ipsumque planum, quod ille circulo *aequale* putat, revera Circulo MAIUS esse. Neque horum probatio minus obvia erat; quum omne planum circulo circumscriptum, maiorem habeat ambitum, quàm ipse Circulus; atque area circuli sit pars cujuslibet plani circumscripti, & proinde illa sit Hujus areâ MINOR. Ideoque recta, major quàm alius circumscripti *perimeter*, necessariò major erit quàm ipsius circuli *peripheria*: Omnisque superficies, major quàm cujuslibet circumscripti area, manifestò erit major quàm ipsius circuli area. Oportebat igitur unum aliquod idoneum circumscriptum proferre, Ejusque ambitum areamque cum Longomontani *mensuris* conferre, & harum excessum demonstrare. Iam si unum aliquod circumscriptum rectilineum propositâ mensurâ minus sit, patet innumera alia etiam isto rectilineo, adeoque nimia istâ circuli mensurâ, esse minora; & proinde immensam fuisse mihi *libertatem*, atque in tantâ varietate *optionem*. Hujus libertatis ultimos fines terminosque quærebam in *ordinate* circumscriptis; nam *inordinata*, quia minus determinata sunt, attingere non libuit. Inveni autem *omnia rectilinea ordinate circulo circumscripta*, plures quàm 196 angulos habentia, huic *refutationi* esse idonea. Nam ordinata 197 vel plurium angulorum, *minores* ambitus areasque habent, quàm ille ipsi circulo assignavit: at ambitus ordinati, 196 latera habentis, *major* est quàm 3, 14185,96 &c, si circulus illi inscriptus diametrum habet 10000000. Iam quòd *p. 3. l. 16.* pauciora fuerint latera illius circumscripti, quod Longomontana circuli mensurâ minus esse ostendero, eò *major crassiorque* deprehendetur ejus error. Ideoque si nihil aliud spectâssem, ordinatum 197 laterum, omnibus aliis circumscriptis prætulissem, atque illud Hauniensi circuli mensurâ minus esse ostendissem. Quod quidem artificiis quibusdam planè novis me *avâpovos* demonstrare posse putabam; verùm breviora consuetari malui. Iam quis nescit idem faciliè & breviter ostendi posse per accuratum Canonem Tangentium? At nullius momenti foret tale argumentum apud illos, qui omnes Canonum

B

numeros

numeros falsos esse, suspicantur. Hisce autem annumerandum esse Longomontanum, ipse in suis libris satis ostenderat. Ideoque vel illius causâ, *Tangentibus Canonicis* utendum non erat. Quamvis enim ea, quæ *Cap. 5. Lib. I. Mens. Rotundi*, atque alibi, frivole congeffit, ostendant tantum *VERAM circuli mensuram per Canonem Sinuum inveniri non posse* (quâ in re neminem unquam habuit peritum dissentientem) nec sufficiant ad demonstrandum *NIMIAM*, ideoque *FALSAM*, *circuli mensuram per aliquem Canonem Tangentium refutari non posse*: tamen & illius hominis ratio aliqua habenda fuit, ut, si forte mea refutatio in ejus quoque manûs incideret, seipsum, omnesque alios excessu peccantes, *etiam sine Canone*, refutari posse videret. Neque hoc novum erat; Cùm Archimedes, de *Canone* ne cogitâsse quidem videatur, dum eos refutat, qui peripheriam faciunt majorem, quàm diametri triplum cum $\frac{1}{7}$. Neque alii, illius vestigiis insistentes, *Canonibus Tangentium* multum debere poterant; quos, aut omnino *non viderunt*, aut, calculo ad multas myriadam myriadas producto, longè *superârunt*; ut olim Apollonius Pergæus, & Philo Gaditanus; nuper autem Lud. à Ceulen & Willebr. Snellius, Leidenfes; &c. Hi verò disertè fatentur, se continuâ bisectione Logisticâ usos, *radices nempe & radicum radices extraxisse*, atque ita invenisse, Peripheriam minorem esse quàm 3.14159,26535,89793,23846,26433,83279,50289 si diameter fuerit 1.00000,00000,00000,00000,00000,00000,00000. At horum autoritatem floccifecerat Longomontanus, atque ipsam viam mihi præcluserat, imperitissimè in eodem capite *contra sæpius iteratam radicum extractionem* declamitans. Aut igitur alterutram de hisce duabus viis vindicare ab imperitorum cavillationibus, eâque vindicatâ demum uti debui; aut novum aliquod artificium, hujusmodi exceptionibus minimè obnoxium, adhibere. At *Canones*, & *iteratæ radicum extractiones*, sine longâ oratione, propter quorundam ineptias, defendi non posse videbantur. Redire igitur malui ad ea, quæ ipse ante aliquot annos, de triangulis, investigâram. Verùm ea mihi prorsus

Anno 1598
Anno 1621

Mens. Rot.
Lib. 1. Cap. 5

sus exciderant è memoriâ (ut sunt omnes Zetetici fere negligentiores in iis retinendis, quæ se, si opus fuerit, arte certâ & labore non magno invenire posse sciunt;) chartas autem meas librosque omnes in Angliâ reliqueram; ubi, propter bellum, aliasque causas, adhuc hærent. Malui tamen ea iterum indagare, quàm vel ad aliorum artificia relabi, vel tam diu expectare, donec Bibliotheca mea huc tutò transferri posset. Longum foret, *omnia* illa fugitiva Theoremata, quæ tunc retraxi, vel ipsos quærendi modos, hîc apponere. Dabitur fortasse, in sequentibus, locus hisce exhibendis commodior. *Primum* saltem Theorema, quod mihi tunc sufficiebat, mox sequetur, *p. 13. l. 8.* universaliùs tamen enuntiatur, quàm illud negotium postulabat: ad *sola* enim *semilatera* polygonorum ordinatè circumscriptorum non erat alligandum, cum latius sese extendat, nosque doceat Logisticam habitudinem Radii, & tangentis *cujuslibet*, ad tangentem dupli arcus.

His ita constitutis; quum certo aliquo plano ordinato opus *p. 9. l. 10.* *p. 9. l. 20.* esset, angulorum *numerum* habente *majorem* quàm 196, *inventum* autem per continuam duplicationem numeri angulorum alicujus ordinati, cujus latus esset notum; satis liquet, quare *initium* à quadrato, *finem* vero fecerim in ordinato laterum 256. Quo polygono cum possem commodè, etiam extractionibus exclusis, *bisariam* uti ad Longomontanum refellendum; brevitatis studio, *unum* modum in aliud tempus distuli, *alterum* autem coarctavi in spatium quantum fieri potuit angustissimum (ita tamen ut nihil omitterem, quod peritiores & satis attenti desiderarent) tantò enim citius imprimi, commodius epistolis includi, & ad omnes Mathematicos dimitti posse constabat. Memor autem eorum, quæ in Bibliopoléo dixeram, *p. 4. l. 20.* *p. 4. l. 8.* *p. 6. l. 25.* decrevi istam refutationem comprehendere *uno folio*, qualia erant illa ex quibus constabat liber ille Longomontani. Eò tandem *πεπεργίας* ventum est, ut illam paginarum mensurâ, & typorum magnitudine, atque adeò versuum numero, accuratè cum foliis Longomontanis convenire voluerim, quò concin-

niùs eam libro isti adungere possent, qui illum vel emissent, vel empturi essent. Hujus tamen concinnitatis causâ, propter loci angustiam, interrompenda videbatur catena illa apodictica, quæ priorem partem refutationis complectitur, ubi, novo artificio, tangens arcûs continuâ peripheriæ bisectione inventi, demonstratur minor esse datâ quadam rectâ. Illam igitur ut integram conservare unoque intuitu in priore paginâ exhibere possem; excludenda erat aut *præfatio*, aut theoremat^{is} *demonstratio*, aut ejusdem per numeros *illustratio*. Retinenda autem erat *prima*, ut omnibus constaret, me, vetera artificia probantem, coactum fuisse novis uti; *postrema* verò, ne imperiti, mentem meam planè nova præcipientis non assequerentur; *Demonstrationem* autem commodè in aliud tempus differri posse, &, propter rationes alibi dicendas, *omitti debere* putabam. Illâ igitur ut minùs necessariâ exclusâ, & præfatiunculâ, tanquam heterogeneâ, à sequentibus, typis paulò minoribus distinctâ, locus minimè defuit magis necessariis. Absolutâ hoc modo refutatiunculâ, de typographo non diu deliberatum. Illos enim typos prætulî, quos Longomontanis portentis pollutos atque istius chartulæ impressione optimè expiari posse arbitrabar. D. Blauio igitur illam ostendere saltem volui, tentaturus an tantillum operæ Veritati mihiq; daturus esset, qui tantum, contra Veritatem, suumque judicium, dedisset amicitia inter patrem suum, & Longomontanum, in ædibus Tychonicis contractæ. At ille eam nitidè scriptam & Typothetæ planè paratam videns, etiam non rogatus, statim promisit suos illam in quamplurima ectypa multiplicaturos, quæ omnibus Mathematicis mitterentur seorsim, & præterea quæ singulis librorum Longom. exemplaribus nondum venditis apponerentur. Eamque ob causam placuit, ut paginis inscriberentur numeri 73, 74, quia Longom. libelli in paginâ 72 desinunt. Iis solis numeris propter paginarum nostrarum ordinem mutatis, refutationem illam hîc repetemus.

p. 38. l. 13.

Tam

TAm multa sunt, in quibus *libri de Circuli mensura Amsterdams* nuper impressi, ab omnibus Mathematicis dissentiunt, ut refutari citò debeant & facillè possint. Quoniam autem vulgares Mathematicorum lapides Lydios (iteratam nempe in polygonorum lateribus investigandis radicum extractionem & Trigonometrarum Canones) tanquam minimè accuratos, ipse librorum auctor (quamvis injustè) respuit; nova utique nobis ineunda erit via.

TAngens cujuslibet arcus minoris quàm 45 gr. còducatur in duplum Quadratum Radii; à Quadrato Radii auferatur Tangentis quadratum; Illud productum dividatur per hoc residuum:

Quotus erit Tangens arcus dupli.

Vt, si Arcus 16°. 41' ¹¹⁴⁶ Tangens sit ¹/₁₀₀₀₀ radii,

Radius sit 10; Tangens igitur erit 3,

Ducatur 3 in bis 100, id est in 200, fiunt 600:

à 100 auferantur 9, relinquentur 91:

Divisis 600 per 91, Quotus erit 6 ^{7924-8 293485} &c.

Ergo, si radius sit 100000,00000.

Et 30000,00000 sit Tangens 16°. 41' ¹¹⁴⁶

tum 65934,06593 &c. erit tangens 33. 23 ¹⁰⁹¹

Eodem modo; ad radium 100000,00, datis hisce 6 tangentibus

viz, 0. 41421, 36	} invenies hos 6 quotos	1. 00000, 01 ²⁶	} qui proinde sunt tangentes arcuum duplorum.
0. 19891, 24		0. 41421, 36 ¹⁵	
0. 09849, 15		0. 19891, 25 ¹⁰⁰	
0. 04912, 69		0. 09849, 15 ⁴⁵¹	
0. 02454, 86 ¹ / ₁₀		0. 04912, 69 ¹⁰⁰	
0. 01227, 25		0. 02454, 86 ¹ / ₁₀₀	

Atqui Tangens 45°, 00' est minor quàm 1,00000,01

Ergo Tangens 22, 30 est minor quàm 0, 41421, 36

Ergo Tangens 11, 15 est minor quàm 0, 19891, 24

Ergo Tangens 5, 37 ¹/₂ est minor quàm 0, 09849, 15

Ergo Tangens 2, 48 ¹/₂ est minor quàm 0, 04912, 69

Ergo Tangens 1, 24 ¹/₂ est minor quàm 0, 02454, 86 ¹/₁₀

Ergo Tangens 0, 42 ¹/₂ est minor quàm 0, 01227, 25

B 3

Demon-

Demonstravi igitur (idque sine tangentium Canone aut radicū extractione) tangentem $0^{\circ}.42'\frac{3}{16}$ esse minorem quàm $0.01227,25$ Ergo, duplicata tangens arcûs $0.42'\frac{3}{16}$ est minor quàm $0.02454,50$ At, duplicata tangens arcûs $0^{\circ}.42'\frac{3}{16}$, sive $\frac{180}{16}$ gr., est Latus Polygoni ordinati, lateribus 256 , Circulum circumscriptis. Ergo, Latus Polygoni ordinati, Circulo circumscripti, 256 laterum, est minus quam $2454,5$, qualium Radius est $100000,0$. Ergo Semiperimeter talis Polygoni est minor quàm $314176,0$. Ergo, si Diameter alicujus circuli sit $1,00000$, tota perimeter talis polygoni dato circulo circumscripti erit minor quàm $3,14176$.

At Christianus Severini Longomontanus Cimber, Superiorum Mathematicum in Regiâ Academia Haunienfi Prof. Pub. Lib. de absoluta circuli mensura, pag. 24. 32. 57. 64. 65. 66. 67. 68. 69. asserit *ipsius circuli peripheriam fore* $3,14185\frac{26}{100}$ &c.

Est igitur, secundum hanc Longomontani assertionem, Peripheria circuli major quam Perimeter polygoni ordinati, 256 Laterum, eidem circulo circumscripti, quod est absurdum.

Erit etiam Area circuli major quàm area talis polygoni circulo circumscripti, id est, Pars erit major toto, quod est absurdissimum.

Falsa igitur sunt fere omnia, ex quibus Longomontanus, in libris suis *de quadraturâ sive mensurâ circuli*, tam absurdas conclusiones deduxit.

Falsa item sunt omnia illa hujus falsissimæ assertionis consectaria, quibus iidem libri referti sunt. Nisi enim fundamentum fideliter jeceris, quicquid superstruxeris, corruet.

Abunde igitur sufficit hæc unica pagella, tot chartis librisque aliquoties editis refutandis; triumque horularum spatio, nostra premens vestigia, post pauculas multiplicationes & divisiones, tot annorum incredibiles Longomontani labores prorsus periisse videbis.

Ita censeo

Ioannes Pellius, Coritano-Regnus, Anglus,
Matheseos in illustri Amstelodamensium Gymnasio Professor.
Calendis Sextilibus, Anno 1644.

Hujus chartulæ prima exemplaria ex Typographéo Blaui-
ano accepi Augusti 1644. Nec diu cunctandum ratus, eo
ipso die incepti illa partim dimittere, partim aliis dimittenda
tradere. Quod & postea sapius factitatum. Nec ausim spera-
re tam bene comparatum esse cum nostri seculi ingeniis, ut
tot habeat Europa, hujus argumenti judices idoneos, quot
ego donavi exemplaria. Verum, dum aliis fido, quos melius
posse putabam, valdè metuo ne quidam obliviosi vel rerum
suarum fortasse satagentes, aut omnino non sparserint, aut
aliis non nimium diligentibus illud negotium commendâ-
rint, qui chartas illas dederint, quibus minimè oportebat.
Ipse enim novi quosdam harum rerum valdè peritos, qui nu-
per negarent se accepisse. Nonnullos etiam eas habuisse scio,
qui scripta Latina æquè intelligunt, atque ego Sinensia.
Ideoque dum isti indigni habent, minimè miror, si nonnulli
sint interim digniores, qui eas nondum viderint. Qui tamen
meam voluntatem, uti spero, boni consulent, nec se spre-
tos putabunt. Si quid autem unquam habuerint, quod mul-
torum intersit statim scire, meminerint, meo exemplo mo-
niti, non satis esse typis illud describere, nisi ipsi diligentius
curent ut iis tradatur quibus maximè oportuit; nostroque
seculo, non minus quàm prisco illi, convenire consilium illud
Ennii.

Hoc erit tibi argumentum semper in promptu situm,

Nequid expectes amicos, quod tute agere possies.

Verum, ut ad mea redeam; Dimissis tot exemplaribus,
videbar scopum meum assecutus; eò nempe rem perduxisse,
ut omnibus innotescere posset, me, cum omnibus veris Ma-
thematicis in argumento Cyclometrico, contra Longomon-
tanum sentire; Novumque artificium ostendisse, omnes no-
vos Cyclometras qui circulum justo majorem fecerint, fa-
cillimè refutandi sine numeris incommodis aut supputatio-
nibus intricatis; Ejusque exemplum breve quidem, sed sa-
tis clarum dedisse, demonstrando, *Hauniensem circuli aream non*
esse veram, nisi pars sit major toto. Ideoque non verebar, ne istam
meam

meam opellam *periti candidique* non approbarent. At de ipso Longomontano bene sperare *solus* vix audebam ; Quum *tam multos* nōssēm , qui illum *jamdudum* in insanabile delirium incidisse arbitrarentur (quippe qui nullis , quantumvis peritorum , epistolis vel colloquiis adduci posset , ut se errasse confiteretur) ; jam autem multis quidem annis *seniorem* , ne hilo tamen *seniorem* esse crederent. Et sanè ejus recentissima scripta vix ullum *peritiæ* dabant argumentum , vel *candoris* spem. Qui enim tot frivolas ratiunculas pro justis demonstrationibus passim venditaret , tamque insolenter omnes Mathematicos provocaret ; ille profectò nec legitimas apodeixes à paralogismis distinguere posse nec dissentientem ferre velle videbatur. Ita ut , quamvis proelium meditaretur , atque aliquem eximium adversarium sibi deposceret ; magna tamen dederit indicia se nullas justæ certaminis leges observaturum , nullam omnino refutationem animo tranquillo ac defæcato examinaturum , nec ulli candidè & placidè respondurum. Quibus igitur oculis *meam* aspiceret chartulam , quæ
p. 14. l. 12. omnes ejus labores *prorsus* periisse pronuntiaret ? Quam tamen jam publici juris factam , vel me invito , in ejus manûs perventuram videbam. Ipse igitur mittere malui , & simul dicere , quam obrem *ego* contra illum publicè scripissēm. Nec inconsultum videbatur , paucis indicare , quantam operam dedissem , & daturus essem , ut omnes scirent me ita fecisse. Neque enim aliâ ratione putabam responsum ab eo extorqueri posse , si fortè refutationem tam brevem vel antagonistam tam ignotum contemnens , silentio omnia dissimulari posse crederet. Quum tamen imperitorum interesset , ut ille errores suos vel *defendens* , apertiùs ostenderet , quàm cæcus dux esset , & quàm minimè sequendus ; vel *revocans* , veritatem magis confirmaret : quod longè magis erat exoptandum. Ideoque hujusmodi responsi spem magnam simulandam arbitrabar ; ita tamen ut non prorsus dissimularem , quàm nulla ferè bonæ spei argumenta haberem. Quæ omnia breviter & benevolè dicenda censens , hanc ad illum conscripsi epistolam.

Cele-

Celeberrime Vir,

Longo sermone tua studia non morabor. Vides me tuam Cyclometriam oppugnasse. Quod coactus sum facere, ne alii putarent me tecum sentire; librosque tuos, me probante, in hac urbe fuisse impressos. Hanc ob causam, refutationis istius exemplaria per totam Europam spargenda curarunt amici, & deinceps curabunt. Quemadmodum & tu libros istos *in Belgio excudendos* curasti, uti ipse scribis, *ut illinc Orbi citius innotescerent*. Etiam in Daniam vestram missa sunt aliquot hujus chartulae exemplaria ante octiduum, cum nondum statuissem ad te ipsum scribere. Quorsum enim tibi, novam lucem in oculos ingerendo, suavissimum somnium molestus excitator eripere conarer? aut quâ spe fretus ad te scriberem? cum ipse gloriaris, te, à Snellio & Briggio, (at quantis viris!) manum de infelici istâ tabulâ ut tolleres, *frustra* fuisse monitum. *Illi* verò fortasse longissimis ratiociniis, argumentisque intricatis & obscuris, usi sunt. *Nostri* autem ratio, quum numeris brevissimis, & supputationibus facillimis & vulgaribus, contenta sit; nec plus quàm tres horas ad examen sui poscat: equidem causam nullam video, cur te aut tam stupidum putem, ut ejus vim capere non possis; aut tam pertinacem, ut manifestæ veritati cedere non velis. Ideoque mihi non est dubium, quin hanc nostram ἐλεγεῖν statim examinaturus, & quàm primum παλινωδῆαι editurus sis; prius quàm aliquis ex acerbioribus istis, te, longè acrius & vehementius quàm vellem, sine ullâ tuæ eruditionis, munerisve aut ætatis reverentiâ, exagitârit.

Deum Optimum Maximum veneror, ut tibi, quid factu optimum sit, ostendere velit, teque diu incolumem servet. Vale.

Amstelredami. A.D. x v i Kalend. Septemb.

C

Inscriptio superiorum literarum hujusmodi erat,

Venerando Seni ,
Viro Celeberrimo ,
CHRISTIANO SEVERINI
LONGOMONTANO,
Superiorum Mathematicum
in Regiâ Academiâ Haunienfi
Professori Publico.

Huic

Hic epistolæ in hunc modum manu meâ scriptæ, nomen
 meum non adscripsi, quia jam semel subscriptum fuerat ^{p. 14. l. 32.}
 in fine impressæ illius chartulæ, quam isti Epistolæ inclusam, imò
 verò, ne faciliè excideret, orâ interiore agglutinatam, ita mihi ^{p. 38. l. 8.}
 ut certò & gratis in manûs Longomontani, simul pervenirent.
 Vbi jam nonnullis innotuisset, me ad illum scripsisse, plerique
 putabant illum non responsurum: at Dani, qui hîc erant, qui-
 que ejus ingenium satis sibi perspectum putârunt, hoc metuen-
 dum negabant; *Illum protinus & satis acerbè rescripturum dicti-*
tantes. Circa idem tempus quidam, cui miseram aliquot
 meæ refutatiunculæ exemplaria, Viris magnis, mihi solâ famâ
 notis, offerenda, in hunc modum rescripsit. D°. * [Nomen de- ^{p. 37. l. 19}
 levi propter maledicos Haunienses, alibi repositurus, si ipse ^{& l. 20.}
 permiserit] *uti jusseras, ante omnes, chartam istam tradidi, qui posi-*
quam, me presente, illam admodum attentè perlegisset: Solidissima,
inquit, est hæc refutatio; quam tamen Longomontano mitti
 non suaderem. Cum enim ille jam à xxx annis, erroribus istis
 Cyclometricis seductus, nunquam potuerit in viam reduci:
 inveteratus ille morbus jam insanabilis est censendus. Ideo,
 que illum nulla unquam refutatio emendare poterit: tantum
 irritabit pertinacem senem, ut non minùs ineptè & imperitè,
 respondeat, quàm solitus est: aut si non responderit, saltem,
 vexabitur, atque interrumpentur ejus meditationes de im-
 mortalitate & vitâ futurâ; quibus solis eum jam vacare credi-
 bile est; saltem tam provectæ ætatis hominem eæ fere solæ
 decent. Cæterum gratias, &c.

Hæc ille. Cui paulò post huc advenienti atque eadem re-
 petenti, Imò verò, respondi, multum promovebit istas *medita-*
tiones mea refutatio, si poterit adduci ut placide & attentè il-
 lam tam diu legat, donec penitissimè intelligat. Nec ille tam
 totus vacat *ambrosiæ* Theologicæ, quin sæpè insipidam suam
 Cyclometricam *cramben* regustet, atque variis modis recoctam
 imperitis obtrudat. *Spartam*, inquit in Epistola dedicatoriâ,
 C 2 quam

quam divinâ providentiâ, præ aliis in hoc argumento nactus sum, ornare usque me decebit. Eamque talentum à Domino Opt. Max. sibi conceditum putat: ideoque cavendum ne illud defodisse inveniatur. Quum tot sint interim peritiores; qui illam censent non esse ἀδρην θεόδοτον, sed παλαίαν θεήλαιον, nec talentum, sed Sisyphi saxum: Poenam, inquam, gravissimam à Iudice omniscio, ob causas justas quidem, sed nobis ignotas, irrogatam. Quàm grave enim est, ad incredibiles tot annorum labores in re nihili exantlandos damnari? Quàm turpe homini docto, tantam temporis & studiorum jacturam fecisse? At tantâ cæcitate in propriâ professione laborare, turpe sanè & miserabile: præsertim in pura Mathesi, ubi errores periculosissimè propagantur, facillimè præcaventur, & certissimè deteguntur. Errores verò tales, tam sæpè, tam insolenter venditare; tam pertinaciter, toties monitum, defendere, & tantillâ tamen chartulâ funditus refutari posse; & hoc *Viventi* dedecus atque *sentienti* accidere; Infandum poenæ genus quibusdam videtur. Quæ omnia postquàm ille perpenderit, uti merentur; omnes suas Cyclicas nugas in æternum abjiciet; easque, ne imperiti ulterius decipiantur, publicè detestatus, in posterum strenuè dabit operam pectori excutiendo, ut inveniat ecquid ibi lateat sceleris, cujus causâ Divina νέμεσις tam gravem illi poenam irrogârit. Sin autem rationes meas non intellexerit, modo tam *pius* sit, quàm quidam opinari videntur, Responsum si fortè remiserit imperitum atque adedò titulo *Mathematici Professoris* indignum; dignum saltem dabit nomine suo, qui *Christianus* vocatur; ideoque non perversum, non calumniatorium.

p. 19. l. 23.

p. 19. l. 9.

Hæc ego tum quidem dixi. Verùm pauldò pòst accepi *chartam Hauniensem*, quæ huic nostræ expectationi non bene respondere videbatur. Illam hîc statim subjungerem, nisi temporis ratio nonnulla præmittere juberet, de *quodam alio*, cui mea illa refutatiuncula minimè placebat. Ipsius Viri nomen reticere

p. 21. l. 10.

reticere decrevi. Nec eorum, quæ scripsit, ullam mentionem faciendam censerem, si ille non maluisset dissensum suum aliis, quàm mihi privatim significare. Nam si mihi soli, quæ sibi displicerent, ostendisset; possem illi soli rescribens, satisfacere. Iam autem, quoniam fortassis multi sunt, qui illius censuram viderunt; dandam operam censeo, ne talibus præjudiciis impediatur, quo minùs nostræ apodeixeos vim atque artificium capere possint.

Ipsis enim Calendis Octobris, anni XLIII (quum fascicu-
lum Hauniensem nondum accepissem) vidi literas ad ami-
cum scriptas, in quibus hæc paucula inerant, ad me meamque
illam chartulam spectantia; *Gratias ages Erud^{mo} Pellio, meo no-
mine, qui argutâ admodum usus est demonstratione, & in quâ hoc re-
quirendum ab adversario vereor, quòd tangentes arcuum subduplorum,
commensurabiles videatur statuere semidiametro, atque adeò latus qua-
drati, diagonio. Alio calculo non adeò prolixo invenio, secundum ra-
tiocinium Christiani Severini, perimetrum figura XXXI Lateram
circumscripta esse minorem circumferentiâ circuli.*

Qualia hæc tibi videntur, Lector? Ecquem speras horum
verborum sensum Mathematico dignum exsculpi posse? At
hunc nostrum Censorem, Mathesi, & quidem reconditori,
jam à multis annis operam dedisse ajunt. Nec ullam novi cau-
sam, cur illum mihi esse insensum, adeoque de meis datâ operâ
perversè pronuntiasse credam. Vides tamen, quàm iniquam
sententiam ferat de nostrâ controversiâ. Nonne videtur bre-
viùs, eodem tamen sensu, potuisse scribere, *Vterque est asinus?*
Si enim Rectilinei, 32 lateribus circum ordinatè circumscribentis Pe-
rimeter, sit minor quàm ipsius circuli circumferentia Longomontana,
ut ille contendit: tum latus talis rectilinei erit minus quàm $\frac{1}{10}$
circumferentiæ Longomontanæ, id est quàm 0,09818,31 &c
ad Diametrum 1,00000,00: & eundem particularum numerum
habebit semilatus, si Radius sit 1,00000,00. Atqui hoc falsissi-
mum esse, facillimè demonstrari posset, si vel unum ad stipu-
latorem

p. 13.

p. 13.

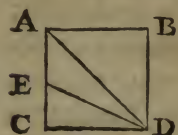
p. 9. l. 23.

Euclid. 47. 1.
3. def. X.
117. X.

latorem noster Iudex haberet. Nunc, quum solus dicat, ipse viderit, an non satis ex nostrâ illâ chartulâ appareat, Semilatus talis Polygoni [sive, quod idem est, Tangentem arcûs $5\text{ gr. } 37\frac{1}{2}$] longè propius accedere ad 0.09849, 15? Vel si illam demonstrationem non admittit, Canonicos consulat, quibus non minùs quam Longomontano, & mihi, fecit injuriam. Illi, dum ejus errorem, quasi nondum satis esset enormis, majorem depingit, quàm reverâ est: Mihi verò; dum imperitioribus persuadere voluit, me tam futilem esse, ut nesciam qualis quantusque sit error, quem impugnavi. Nam si Cimbrica illa circuli mensura excedit circumscriptum xxxi Laterum: *inepta* fuit illa continuatio bisectionis ad figuras laterum 64, 128, 256, quam ego in illâ refutatiunculâ adhibui. At ego illam *necessariam* fuisse ajo, quum Rectilineum cxxvi Laterum sit majus circuli arcâ Longomontanâ. Æquus etiam Lector, procul dubio mirabitur tantam, summo cum aliorum contemptu conjunctam, Φιλαυτίαν, quæ suum tumultuarium calculum poscat præferri, non solùm meo, quamvis circumspicere, ut Mathematicum decuit, atque in certamine oportuit, agentis: sed etiam omnium aliorum Mathematicorum, qui Canones Tangentium supputaverunt. Quos ille pro fungis habet, si Canonicos numeros circa gradum $5\frac{1}{2}$, ne ad *quartam* quidem notam veros esse censet. Quod ne Longomontanus quidem diceret. At dum ille *calculum istum suum non adeo prolixum* recognoscit, nos interim *reliqua* videamus, quæ obscuriora sunt, nescio an faniora. *Tangentes*, inquit, *arcuum subduplorum commensurabiles videtur Pellius statuere Semidiametro; atque adeò latus quadrati, Diagonio*. Ain' verò? *Latus, Diagonio*? Nesciebam igitur Geometras demonstrasse illas rectas *potentiâ* quidem esse commensurabiles; at *longitudine* incommensurabiles? Nescivisse videor. Ecquid amplius? *Videor etiam Tangentes arcuum SUBDUPLO- RVM commensurabiles [longitudine] statuere semidiametro. SUBDUPLO- RVM!* Quid illud verbi est? Num OMNIVM? Omnes enim

enim suis duplis sunt *subdupli*. Possunt autem omnes duplicari. Cur igitur non scripsit, *Tangentes arcuum omnium, longitudine commensurabiles* statuit Pellius? Quem enim *alium* sensum hîc inveniemus? An *illos solos arcûs* intelligit, qui continuâ bisectione peripheriæ circularis inventi sunt; ut 45. 22½. 11¼ &c. ^{p. 13. lin. 28, &c.} quos in chartulâ illâ apposueram? At ego illorum Tangentes radio commensurabiles esse *nusquam* dixi. Præterea, non solum ipsa præcepti mei verba [cujuslibet arcûs minoris quàm ^{lin. 9.} 45 gr.] sed etiam Tangens illa [$\frac{1}{10}$ radii] in eâdem chartâ ^{lin. 13.} posita, satis monet, meum Theorema ad illos solos arcûs non pertinere, qui à 45 gr. biseccando deducuntur. An hanc commensurabilitatem extendit ad omnes tangentes arcuum *in qualibet continuâ proportionem subduplâ* decreſcentium? Atqui illas non *inter se* commensurabiles, sed *radio* commensurabiles videri scribit. Iam si in omni tali serie omnes sunt *radio* commensurabiles, omnes autem in aliquam seriem redigi possunt: erunt ergo *omnes omnino* tangentes tam *radio*, quàm *inter se*, ^{12. X. Eucl.} commensurabiles. Frivolum ergo est illud *SUBDUPLO RVM*; Quum sensus idem sit ac si scripsisset, *Tangentes arcuum OMNIVM, radio commensurabiles longitudine videtur Pellius statuere.* Id est, Pellius censet omnes rectas esse longitudine commensurabiles: Vel si qua sit recta, quæ radio non sit longitudine commensurabilis, Pellius censet eam Circulum non posse tangere. An igitur ille simul sorbere & flare voluit, dum me *Eruditissimum* appellavit, & tamen *tam fatua* mihi affingit? Aut tam infelicitè est illa mea chartula composita, ut *insanum* autorem habuisse videatur? Interim censor noster, qui *alios* tam imperitos censuisse videtur, prorsus nullum *sue* peritiæ signum hîc dedit, excepto quod necessarium illum duorum absurdorum connexum animadverterit. Quamvis illud tam obscure subindicet, idque inter tot falsa & monstrosa tam leviter subnectat, ut nihil certi de illius peritiâ hinc possimus colligere. Ipse igitur demonstrabo, *Quadrati latus esse diagono commensurabile,*

rabile, si Tangentes arcuum à Quadrante ratione subduplâ decreſcen-
tium sunt radio commensurabiles: Concesso scilicet uno absurdo, sequi



18. v. Eu-
clid.

p. 24. l. 4.

necessariò aliud manifestius absurdum. Esto enim quadratum $ABCD$, ejusque Diagonus AD . Recta DE secet angulum ADC bifariam. Rectæ CE , EA , segmenta lateris CA , eandem habebunt rationem quam rectæ CD , DA per 3. vi. Euclid. Id est, ut CE ad EA , ita CD ad DA . Ideoque ut CE ad $CE + EA$ (id est CA vel CD) ita CD ad $CD + DA$. Ergo per 10. x Euclid, si CE fuerit commensurabilis lateri CD , Erit & CD commensurabilis aggregato $CD + DA$, & proinde etiam soli DA , per 16. x. Euclid. At centro D , radio verò CD , si describatur circulus, EC erit Tangens arcûs $22\text{ gr. } \frac{1}{2}$; Est enim EDC , ex constructione, dimidium semirecti ADC . Ergo si (CE) Tangens arcûs $22. 30'$ sit longitudine commensurabilis Radio (CD) : Tum latus quadrati (CD) erit longitudine commensurabile Diagonio (DA) . Quod erat demonstrandum. Rectè igitur Censor noster talium Tangentium commensurabilitati subjunxit commensurabilitatem diagonii.

At hæc omnia prorsus nihil ad me, meamve illam refutaticulam spectant. Tantum enim abest meum illud Theorema à tam absurdis conſectariis ſtabiliendis, ut nihil istis absurditatibus magis possit esse contrarium. Quippe quod solum sufficiat ad eas refutandas. Illius enim vi demonstrabis, Tangentem $22\text{ gr. } 30'$ esse non solum longitudine, verum etiam POTENTIA INCOMMENSURABILEM Radio; Latus verò quadrati, Diagonio SOLA LONGITUDINE esse INCOMMENSURABILE. Esto enim R , Radius; T , tangens arcûs $22. 30'$, sive semilatus circumscripti octogoni. Tangens autem 45 gr. (sive Semilatus circumscripti Quadrati) est æqualis Semidiametro. Ergo per nostrum Theorema $\frac{2RRt}{RR - tt} = R$. Ergo $\frac{2Rt}{RR - tt} = I$. Ergo $2Rt = RR - tt$. Ergo $tt + 2Rt = RR$. Ergo $tt + 2Rt + RR = 2RR$.

p. 13. l. 8.

2RR. Ergo $t + R = \sqrt{2}RR$ Ergo $t = \sqrt{2}RR - R$. Ergo Vt
1 ad $\sqrt{2} - 1$, ita Radius ad tangentem 22 gr. 30'. At 1 &
 $\sqrt{2} - 1$ sunt tam longitudine quam potentiâ incommensurabi-
les. Ergo & Radius & ista Tangens sunt itidem incommensu-
rabiles. Quod erat primò demonstrandum.

[Facile posset eodem artificio demonstrari, Radium esse
multò magis potentiâ incommensurabilem Tangentibus *reli-* p.13.l.30.
quorum arcuum in illâ refutatiunculâ sequentium, nempe grad.
11 $\frac{1}{4}$. 5 $\frac{1}{2}$. 2 $\frac{1}{2}$ &c. sive Semilateribus Ordinatorum circumscri-
ptorum, angulos habentium XVI. XXXII. LXIV &c.]

Rursus; Habuimus modò Analogiam: ut CE ad CD. ita p.24.l.9.
CD ad CD + DA. Sive, Vt Tangens arcûs 22 gr. 30' ad
Radium, ita Radius ad aggregatum Radii & Secantis 45 grad.
At, ut $\sqrt{2} - 1$ ad 1 ita 1 ad $\sqrt{2} + 1$. Ergo ut 1 ad $\sqrt{2} + 1$, ita
Radius ad illam secantem + Radio. Ergo ut 1 ad $\sqrt{2}$, ita Ra-
dius ad secantem 45 gr, id est, ita latus quadrati ad Diago-
nium.

Est ergo Diagonius, *potentiâ* quidem CO Mmensurabilis
Radio, *Longitudine* verò IN CO Mmensurabilis; quemad-
modum & omnes Geometræ demonstrârunt.

Vestrum, Lectores, erit judicare, an, tanquam *lippus inungi*
non debeat *ὁ ζυδερεῖς αὐτὸν* ille, cui *soli VIDEOR* *tangentes*
arcuum omnium commensurabiles statuere semidiametro, atque adeò la-
tus quadrati, Diagonio: Quum falsis istis effatis planè contraria
& optimè cum aliorum Mathematicorum demonstratis con-
sentientia, ex meo illo Theoremate deducantur, ita ut illius
Veritati *confirmanda* probè inserviant ea argumenta, quæ ad
illam *labefactandam* parabantur.

Interim non nego *imperitis* tales rationes probari posse: sed
imperitis solis. Quibus, sive ipsum *præceptum* meum confide- p.13.l.8.
rent sive *exemplum*, tale quid sensisse videbor. In *Exemplo* vi- tin. 13.
dent tangentem tam arcûs simpli (3) quàm arcûs dupli ($\frac{60}{91}$)
esse Radio (10) commensurabilem, In *Præcepto*, nulla impera-
D tur

tur *Radicum extractio*, quæ sæpissime incommensurabilium est origo. Adhibentur tantum *multiplicatio*, *subtractio* & *divisio*; quæ non possunt incommensurabilitatem introducere. Putabunt igitur omnes tangentes hoc modo inventas, radio esse commensurabiles. Addent fortasse huiusmodi demonstrationem. *Si longitudine commensurabiles sint Radius & Tangens, erit & hisce commensurabilis Tangens arcus dupli, quadrupli &c.* Agnosco hoc verum esse & necessarium mei Theorematis consecrarium. Quid tum postea? *Ergo, Si longitudine commensurabiles fuerint Radius & Tangens arcus dupli, Erit & hisce commensurabilis Tangens arcus simpli.* Non sequitur; nec ulla ratio connexi, cum concessero superius, cogit inferius concedere. *Ex factoribus paribus producti semper sunt pares*, inquit Arithmeticus: at non affirmabit omnem numerum parem ex factoribus paribus esse productum. *Rectas longitudine commensurabiles, etiam potentia commensurabiles esse*, docent Geometræ: lidem tamen negant *omnes rectas potentia commensurabiles, etiam longitudine symmetras esse*. Atque, ut semel dicam, habent & Mathematici æque ac alii, innumera Theoremata, quæ per conversionem fiunt minus universalialia. Ideoque *solis imperitis* imponere potest innumerabilis illa multitudo Tangentium Radio commensurabilium, cum Tangentes Radio INcommensurabiles sint etiam innumerabiles. Imò verò *imperitissimus* sit oportet, qui non intelligit quamlibet rectam, quocunque modo incommensurabilem Radio, ad angulos rectos in extremitate diametri excitari posse, atque ita fieri tangentem alicujus arcus; tales autem tangentes, juxta meum præceptum Logisticis operationibus subactas, omne genus *incommensurabilium tangentium* producturas.

Quæ cum ita sint, Lectores, benignius fortasse faciemus, si conemur aliquem *colorem* invenire, quo possit censor noster omni imperitiæ suspicione liberari. Quod fiet, si dicamus illum *de Longomontani judicio, non de suo locutum fuisse*, atque in hunc

hunc modum scribere voluisse, Gratias ago pro exemplaribus istius *refutatiuncule*, in quâ imperitis videbitur Pellius, Radii cum Tangentibus, Lateris cum Diagonio, Symmetriam statuere: ideoque illius Theorema rejicient. Quod & Longomontanum facturum credo, qui suæ imperitiæ luculentum dedit argumentum, cum peripheriam circuli majorem fecerit perimetro ordinati circumscripti $\times \times \times 11$ laterum.

At quomodo hoc postremum defendemus aut excusabimus? quum, uti supradiximus, peripheria Longomontana *minor* sit perimetro circumscripti $\times \times \times 11$ laterum, ideoque $F \propto L^2$ hîc dicatur *major* perimetro circumscripti, 32 latera habentis. Quæramus ergo istam perimetrum, adhibitis tantum nostræ chartulæ numeris. Ibi demonstravimus, Ad Radium 1,00000,00 tangentem 5 gr. $37\frac{1}{2}$ esse minorem, quàm 0,09849,15 Ergo duplicata tangens arcûs 5. $37\frac{1}{2}$ est minor quàm 0,19698,30 At, duplicata tangens arcûs 5. $37\frac{1}{2}$ sive $\frac{15}{11}$ gr. est latus Polygoni ordinati, Lateribus 32, Circulum circumscribentis. Ergo, Latus Polygoni ordinati, Circulo circumscripti, 32 laterum, est minus quàm 19698,3, qualium Radius est 1,0000,0 Ergo, Semiperimeter talis Polygoni est minor quàm 3,15172,8 Ergo, Si Diameter circuli sit 1,00000,0, *tota perimenter* talis polygoni dato circulo circumscripti, erit minor quàm 3,15172,8 At secundum Longomontanum, *circuli Peripheria* est 3,14185,9 &c. Ex hoc igitur calculo, non apparet perimetrum istam esse *minorem* peripheriâ Longomontanâ. Eo verum paululum immutato, demonstrari potest illam esse *multò majorem* istâ peripheriâ. Fortassis igitur ille, Longomontani numeros examinaturus, quum eos ex meâ chartulâ in suum abacum calculatorium describeret, male scripsit 3,15185,9 &c. pro 3,14185,9 &c. Vel cum ab initio rectè scripsisset 3,141 &c. sed, ut festinantes solent, notis adumbratis potius quàm expressis, illas paulò post revisens, pro 4 legebat 5, distorta & vacillante figurâ deceptus, quam post-

quam chartâ meâ non denuò inspectâ male refecerat, securus perrexit, numerumque quem ipse corruerat, impugnavit, tanquam erratum Longomontani. Qui si peripheriam fecisset, 3, 15185, 9, &c. tum quidem rectè & appositè hic noster dixisset perimetrum circumscripti $xxxix$ laterum, non esse tantam. Illam enim modo demonstravi minorem esse

p. 27. l. 23. quàm 3, 15172, 8.

p. 26. l. 31. Colores hi si tibi, Lector, placuerint, Censorem nostrum *inconsideratum* fuisse concedemus: at omni *imperitiæ* suspicione absolvemus. In talem enim errorem incidere potuit quilibet *vel peritissimus*, non satis *in initio* operis attentus, vel in supputationis *sine*, perfunctorius suarum rationum examinatus. Atque hujusmodi negligentiae nimis multa exempla passim habemus, non tantum in *epistolis*, urgente fortasse tabellario festinanter scriptis nec prelo destinatis, sed etiam in *impressis libris* eorum, quibus non peritiam, sed curam defuisse scimus. Videmus W. Snellium, Cyclometrici Prop. $xxxvi$, docentem peripheriae circularis $\frac{1}{1014}$, esse 0 gr. $17\frac{11}{32}$. His scilicet gradibus continua bisectione descendit à 5, $37\frac{1}{2}$, 2, $18\frac{3}{4}$, 1, $9\frac{3}{8}$.
 p. 13. l. 32. 0, $34\frac{11}{16}$, 0, $17\frac{1}{32}$. Cum debuisset scribere 2, $48\frac{3}{4}$, 1, $24\frac{3}{8}$, 0, $42\frac{3}{16}$, 0, $21\frac{3}{32}$. Nullum tamen, opinor, unquam habuit Lectorem tam iniquum, ut illos errores, *inscitiae* potius, quam *incuriae* & *festinationi* imputandos censeret. Cum enim semissis arcus 5 gr. $37\frac{1}{2}$ vel $496\frac{3}{4}$ sit $2\frac{1}{2}$ gr. + $18\frac{3}{4}$ vel $248\frac{3}{4}$, Ille neutro modo supputavit. Omisit enim ista 30', quae apponenda erant cæteris scrupulis, scripsitque $18\frac{3}{4}$ pro $48\frac{3}{4}$. Reliquos autem tres arcus ex isto falso deduxit rectè biseccando. Penultimus enim & ultimus satis demonstrant Snellium scripsisse in antepenultimo 1. $9\frac{3}{8}$ ideoque importunam illam notam 8, in Typographico irrepsisse. Ita magnus ille supputator qui tam multos tamque *longos* numeros in *initio* operis computaverat; propè ejusdem libri *finem*, numerum exiguum, per 2, sine errore, non divisit. Atque utinam tam bene esset comparatum cum rebus humanis.

humanis, ut in hujusmodi minutiis ſolis talia fierent, nec in rebus majoris momenti haberemus exempla eorum, qui poſtquam magna bene præſtiterunt, in minoribus multum de priſtinâ curâ remittentes, ſiunt ſibi tam diſſimiles, ut non cognoſcas eoſdem eſſe, redigantq; nobis in memoriam illud Ciceronis, qui cum herbas ſuaviter conditas largius comediſſet, in moleſtum morbum inciderat. Ita, inquit, ego qui me oſtreis & muranis facile abſtinebam: à betâ etiam & malvâ deceptus ſum. Poſthac igitur erimus cautiores. Nec ego aliam ob cauſam hoc doctiſſimi Snellii *παρόρμη* aut prioris illius inconsideratam cenſuram, tam verbosè contra morem meum hîc expoſui, quàm imperitorum Lectorum gratiâ, ut illi videntes, in hiſce ſtudiis impunè neminem errare: & tamen ne maximos quidem viros ab erroribus immunes eſſe, ipſi quoque dicant, Poſthac igitur erimus cautiores, nec ullius computationibus rationibuſve, ſaltem ad *Matheſin* ſpectantibus, ſine accuratiſſimâ conſideratione ſidemus: ne proprio quidem calculo, niſi recognito & examinato, ſidem deinceps habebimus; neque de aliorum conatibus temere pronuntiabimus. Quod ſi feceris, Lector, plus profeciſti ex hâc digreſſione cautior, quàm ex aliis quibuſcunque doctior factus. Omnino horum ſtudiorum peſtes cenſendæ ſunt, credulitas & feſtinatio. Illi fortasſe credulitas eſt utilis, qui fieri vult Apotelesmaticus, Stigmomanticus, Magus; at Mathematico pernicioſiſſima, cum toties hallucinentur ſcriptores non tantùm imperiti & ſcioli, ſed etiam peritiſſimi, & ſibi ſatis diffidentes. Quamvis ea ſit nonnunquam talium virorum infelicitas, ut alicui Typographo ſint obnoxii, qui eſſagitando cogat eos præcipitare editionem, nec patiatſur ſua ſcripta diligentius repetita, refrigerato primæ compoſitionis impetu & ardore, perpendere, atque tanquam exploratores, & ferè hoſtes, in omnes apices inquirere. Quod addis, inquit Scaliger, de Xylandro, non illi ſoli contigit *παρόρμη*. Cauſam harum hallucinationum nullam invenio, præter properantiam. Qui enim cum familiariter noverunt, ajunt mercede à

Ep. 26. v. 17.

Ad Cl. Sal.
majum.

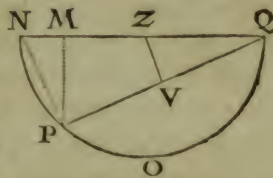
Pres. in
Diephant.

de à mercatoribus invitatum scripsisse, ut familiam aleret. Nam quemadmodum, qui ejus eruditionem compertam habuerunt, per inscitiam eum peccasse nunquam concederent: ita qui tenuitatem fortunarum ejus non ignorabunt, facile ea $\pi\pi\sigma\sigma\alpha\mu\alpha\tau\epsilon$ excusabunt atque condonabunt, quia neminem latet cum summam vigiliarum suarum in celeritate posuisse: quæ si intra modum sit, diligentia est; si fines migret, est precipitatio. &c. Bachetus autem paulò aliter Mathematicorum lapsus excusat. — cum ingentes, inquit, numeros & molestissimas fractiones exhibere oportet, ut ne quis unquam decipiatur, nec aliquo saltem calculi errore labatur; non patitur humana fragilitas. Sed hæc levia sunt errata, nec viris doctis imputanda, dum eos optimo uti constet logismo. Adde quod operarum negligentia non raro contingunt, &c.

Quia autem incepti Mathematicum cultoribus commendare anxiam hanc circumspeditionem & suspicacem diligentiam, quæ non in populari aliqua trutinâ, sed tanquam in aurificis statērâ omnia examinat atque expendit, ne creduli & nimis faciles tirones perfunctoriè hoc faciant in eorum scriptis, quos nec inscitia deceptos, nec paupertate pressos, nec supputationum difficultate perturbatos, nec quotidianis ullius Tryphonis convitiis delassatos fuisse suspicantur; non pigebit apponere exemplum viri celeberrimi, proprios habentis Supputatores, Typothesas, Emendatores, Typographos, Chartopœos &c. sibi soli obnoxios, & à suo solius nutu pendentes; Qui librorum suorum editionem, quamdiu voluit, distulit, quemque nullus ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ potuit urgendo aut instigando cogere ut ea protruderet, quæ ipse nōdum opinaretur satis maturis se. Affectabat præterea accuratæ & summæ diligentia famam; voluitque videri, scrupulosâ sedulitate atque conatuum subtilitate, omnes mortales superasse. Ideoque multis non est dubium, quin tantâ fide ac diligentia confecti & excusi libri in manûs hominum quàm emendatissimi venerint. Ut ergo hujus diligentia peritiaque specimen habeamus, ordiamur

diamur à primo istorum librorum *diagrammate*. In cujus expli-
catione, multa nimis oscitanter atque imperitè ibi dicta inve-
nias, quæ omnia ad vivum refecari merentur. Nunc autem u-
num tantum ex iis feligere sufficiet, ideoque nec totum illud
diagramma apponam.

Rectæ NP, PQ jungant terminos
diametri NQ cum (P) quolibet pun-
cto arcus semicircularis NPOQ, cu-
jus centrum Z. A punctis P & Z de-
mittantur PM, ZV perpendiculares
in rectas NQ, PQ.



Liquet, ZV esse semissem nervi NP, non Encatheti PM.
Nam triangula NPQ, ZVQ sunt similia, propter com-
munem acutum ad Q, & rectos NPQ, ZVQ (ille enim
est in semicirculo, hic autem à perpendiculari factus) ideoque
ut ZQ ad NQ (id est ut radius ad diametrum, sive ut 1 ad
2) ita ZV ad NP. Idem facile posset aliter demonstrari,
ductâ rectâ à centro Z ad P, vel ad medium nervi PN. In-
venti tamen sunt, quibus videtur ZV *equalis* semissi Enca-
theti MP, & proinde *minor* semisse nervi NP. Nam si inspe-
xeris Tychonis Brahe *Astronomiæ instauratæ Progymnasmata*, Part.
prim. ubique docet *Praxin inquirendi Apogæum & Eccentrici-
tatem Solis*, istum errorem semper invenies. In hunc enim mo-
dum scribit.

Pag. 22. lin. 26. Ad Annum 1588 &c.

Lineam ZV sic mensurabimus. Complementum POQ ad Semicir-
culum est [NP] $\bar{3}^{\circ} 10'. 16''$. cujus Sinus [PM] 553182, hujus
verò dimidium æquipollet arcui ZV, 276591.

Pag. 25. lin. 8. Ad Annum 1588 &c.

Complementum Arcus QOP ad Semicirculum est $\bar{2}^{\circ} 36'. 59''$. cujus
Sinus est 456488, hujus verò dimidium æquivalet ZV, 228244.

Pag. 27. (Ad Annum 1583.)

lin. 17. Complementum POQ ad semicirculum est $\bar{3}^{\circ} 11'. 18''$,
hujus

„hujus Sinus 556182, ejus dimidium 278091, quod æquale est ZV.
 „lin. 31. Complementum PO Q ad semicirculum 2. 18'. 54'', Sinus
 „403935, ejus dimidium ZV, 201967.

Pag. 50. lin. 19. Ad Annum 1488.

„ Compl. POQ	3.4.54''		Compl. POQ	2.39'.4''.
„ Hujus Sinus	537594		Sinus ejus	462542
„ Ergo ZV	268797		Ergo ZV	231271

p. 30. l. 7. At in hisce, illa Bacheti excusatio locum nullum habet, cum non sit, in difficili aliquâ supputatione, *pennæ lapsus*; sed *Logismi* perpetua pravitas, atque adeo inexcusabilis incuriæ vel imperitiæ argumentum. Rudiores autem fortasse, hæc tam *constanter* fieri videntes, suspicabuntur omnia rectè facta esse, juxta arcanam aliquam rectilineorum Trigonometriam soli Tychoni notam, neque profanis mortalibus magis prostituentiam, quàm illam alteram, de quâ ille Progym. part. 1. pag. 587. Divinior, inquit, & excellentior est Triangulorum Sphæricorum cognitio, quàm ut fas sit ejus mysteria leviter propalare. Verùm & hanc invidiam esse ridiculam & priorem illam pragmateiam esse erroneam, nemo peritus dubitat. Reliqui quò minus dubitent, ipsius erroris causam exponam.

Revol.
lib. 3.
cap. 16.

„ Veteres Astronomi Apogéum atque Eccentricitatem circularis viæ Solis investigantes, adhibuerunt tantùm æquinotiorum & Solstitiorum observationes, At, (inquit Copernicus) à decem & pluribus annis, quibus earum rerum perscrutandarum [studio] adjecimus animum, ac præsertim anno Christi 1515, invenimus ab æquinotio Verno in Autumnale dies compleri 186, scrup. 5½ & quò minùs in capiendis Solstitiis falleremur, quod prioribus interdum contigiisse nonnulli suspicantur, alia quadam Solis loca in hoc negotio nobis adscivimus, quæ etiam præter æquinotia fuerunt observatu neutiquam difficilia, qualia sunt media signorum Tauri, Leonis, Scorpii & Aquarii, &c. Atque ita pergit docere, quomodo ope talium observationum inveniri possint locus Apogæi & quantitas Eccentricitatis. Ejus diagramma atque artificia imitari

imitari voluit Tycho. Verum perincommodè accidit, quòd Copernico vox illa [*Sinus*] pro rectâ illâ, quam modò *Encathe-* p. 31. l. 12.
tum vocavi, tanquam barbara displiceret; ideoque, cum libro primo, capite xii, Canonem daret 540 rectarum, quas Ioannes Regiomōtanus passim in suis scriptis *sinus* vocârat, Copernicus eas appellavit *semis ses subtendentium duplas circumferentias*. Neque aliter loquitur in ipsâ praxi Trigonometriæ, ut in illo ipso Diagrammate capitis xvi. Et quoniam, inquit, *CAD* segmentum desicit à semicirculo, partibus 2, scrup 54 sem. quarum subtensa dimidia æqualis ipsi *EK* partium 2534. Hic calculatores Vraniburgici, * postquam mutassent numeros & punctorum nomina, in suo diagrammate pro *CAD EK* scribentes *POQZV*, summâ cum elicitantiâ pro *subtensa dimidia* (quod Copernicus scripserat) *Sinus dimidium* sumplerunt, id est, in nostrâ figurâ pro semissenervi *NP*, semissem *εγκαθετῆς* *PM*. Hoc autem semel factò, tanta securitas istos homines invasit, ut nemo eorum ab Anno 1583, usque ad Tycho-
nis mortem, videre potuerit, dati arcûs *NP* semissem ostendere quantitatem anguli *NQP*: illius autem anguli Encathetum sive Sinum esse necessariò *ZV*, cum *ZQ* sit Radius. Ideoque anno 1602 edita sunt ista errata incorrecta, nec ullum hujus problematis rectè soluti vestigium in scriptis Tychonicis invenio: tantum in fine operis, inter *Errata Typographica*, hæc paucula habentur. f. 22. *σφαλμάτιον in demonstratione linea 27, quod etiam sequentibus quibusdam se immiscet, erroris, tamen parum importat.* Nec de reliquis quinque locis quicquam monet ille, nescio quis, erratorum collector, & facilis æstimator; cui summa, & inexcusabilis negligentia, leviculus tantum videtur lapsus, quia propter parvitatem arcûs *NP* in illis sex exemplis, Nervus *NP* non multò major videtur Encatheto *MP* & proinde restitutis veris numeris, Eccentricitas non multò major invenitur, neque multum promovetur in exemplo primo, tertio, quinto, vel in reliquis retrahitur Apogei Solaris locus: Ideoque, *erroris*, inquit, *parum importat.* Atqui, ho-

* Recensio-
rei Trigon-
ometria,
Sinus
canonici,
et rectus
subtensus
relinquant.

Euclid.
20. 111.
ult. v. 1.

E

mo

mo suavis, in demonstrationibus Geometricis non quæritur, quantum aberraveris; aberrare non licet. Nec ubi de negligentia vel imperitia habetur quæstio, illam defendit incommodi, quod inde semel accidebat, levitas; si eadem causa possit alio tempore longè gravius damnum inferre. Auri navem evertat gubernator, an paleæ, in re aliquantum; in gubernatoris inscitia, vel incuria, nihil interest: poteritque alibi eadem sive temeritas, sive inertia, vel pretiosissimarum mercium jacturam facere inæstimabilem. Quemadmodum & si quis exempla Tychonica per omnia sequens, pro *Sinu dimidii arcus* semper sumeret *Semissem sinûs arcûs totius*, sive pro *nervo* sumeret *sinum*, nã ille in immensos aliquando errores incidere posset: ut si arcus esset 90, 00', scriberet ille 50000, 00 pro 70710, 68. * Ideoque si ista tam crassa σφάλματα novisset Tycho, mihi non est dubium, quin chartas illas igni daturus, & novas correctiores susceptorus esset. Habebat enim typos proprios, & ad domini arbitrium sensim progredientes operas typographicas. Nec illum, quem ajunt in Astronomica ex proprio peculio ultra centena Thalerorum millia impendisse, decuisset tantillo chartæ parcere, vel propter tantulos sumptûs, tam grandia errata ibi intacta tolerare; ubi motûs Solaris adeoque totius Astronomiæ à se instaurandæ fundamenta ponebat. Quò magis inexcusabilis fuit ille erratorum Collector, qui omnes illius argumenti demonstrationes uno paralogismorum genere fædatis videns, ne unius quidem correctionem apposuit, nec monstravit, quale esset illud σφαλμάτιον, quod in sex illis demonstrationibus inveniebatur, nec veram praxin vel unico exemplo, vel nudo præcepto docuit. Quin & ipse Longomontanus, Copernici praxin exscribens, *Sinum* sumit *dimidii arcûs*, ut oportuit, & proinde in errorem illum Tychonicum ibi non incidit: tamen ubi ventum est ad *Tychonem*, illius observationes laudat, eumque *peritiam, fidem ac diligentiam omnium prædecessorum suorum longè superâsse* affirmat; apponit etiam illam Eccentricitatem & Apogei locum, quem invenerat

* sive
100000 pro
1414214.

Hæc edum
præfatio
pag. 1.
pag. 4.

p. 33. l. 24.

Astrono
Danica
pag. 180.

pag. 185.

p. 182.

rat Tycho ad annum 1588 : nec tamen vel uno verbulo lectoribus cavet, ne in illam Vraniburgici calculi foveam incidant, quod facile fiet, si accurati *præcepti Sole* carentes, *ignem fatuum* tot erroneorum *exemplorum*, incauti sequuntur. Quum igitur omnes Tychonici fædum illum lapsum dissimulare maluerint, quàm lectorum imperitorum studiis hæc in re consulere ; me non malè de iis mereri posse putabam, si, hæc occasione datâ, indicarem, nemini, quantumvis magnificè suam solertiam efferenti, fidendum in rebus Mathematicis : seorsim verò, Tychonicas supputationes deinceps suspectas habendas, nisi forte putamus calculatores Vraniburgicos in *uno* triangulorum *rectilincorum* casu *semper*, in *innumeris* fere triangulis *sphæricis* solvendis *nunquam* errâsse. Sed de universâ Astronomiâ Dano-Bohemicâ quid sentiam, alibi melius dicetur. Nunc autem manum de tabulâ, ne videamur à Controversiâ Cyclometricâ ad Astronomicas deflexisse.

Redeamus igitur ad illam, unde divertimus, admonitionem, ne imperitiores, tot exemplis nondum satis moniti, obliviscantur omnia etiam tuta esse timenda ; angues in herbâ latitare, magnosque saltem calculi (& utinam solius calculi) errores sæpe in Mathematicorum scriptis, præsertim recentiorum, inveniri ; qui cum erratorum Catalogo non fuerint inserti, *ἀντεδιδάκτες* & credulos miserè torquent, aut seducunt. Suspenso autem gradu opus est iis, qui in ignoto calle sine duce ambulant, & spinas calcant, ubi facile quidem, at periculose impingere vel errare possunt. Pedetentim igitur Lector, & cautè incedito, ubique aliis, maximè verò tibi ipse diffidens : vel, si Græcè mavis, *Σπεῦδε βραδέως, μέμνησο ἀπιστεῖν, γινώσκει σεαυτόν*. Quæ tria si feceris, poteris cum fructu & difficiliore nodos aliquando ipse aggredi, & *Sciolos* viribus majora tentantes audire. Inde enim fies, si non peritior, at saltem prudentior. Namque & inter illos, qui Mathematici appellari cupiunt, invenies illud genus hominum, qui haberi se primos omnium doctorum volunt, nec sunt. Qui quamvis passim suam prodant insaniam, nusquam tamen se turpius dant,

1x Ep. 20.

quàm ubi Mathesin augere & corrigere conantur. Illa enim omnes istos *παρεδιορθώτως* ridiculos facit, dum eorum imperitiam summâ cum arrogantia conjunctam tam apertè demonstrat, tantâque in luce eorum turpitudinem denudat, ut vel lippis & tironibus fiat manifesta. Quamvis ipsi, etiam convicti, sæpe pergant sua somnia impudenter venditare, &, quod intolerabilius est, audacissimè defendere. Quum periti & *φιλαλήθεις*, ut rariùs errant; sic faciliùs suos lapsus *ἑαυτοὶ* deprehendant: *moniti* verò statim videant, agnoscant, tollant, atque monitori agant gratias. At quemadmodum Ciceronis coquus nihil eorum, quæ in splendido convivio viderat, præter jus fervens, potuit imitari: Sic illi priscorum Mathematicorum simii, quamvis se eos superâsse jactant, nihil tamen habent simile, præter quasdam tritas formulas, veteris styli gravitatem redolentes, *Dico quod* &c. *Si enim fieri potest* &c. *Quod est absurdum*. *Manifestum est* &c. *Quod erat demonstrandum*. *Oportet autem* &c. *Factum jam sit* &c. *Componetur autem in hunc modum* &c. *Quod erat faciendum* &c. At poriora & præcipua prorsus absunt. Pro veritatibus æternis firmiter & perspicue demonstratis, pro utilibus ingeniosissimè excogitatis; pro summâ Mathematicorum vigilantia, sagacitate, ingenuitate, in erroribus præcavendis, deprehendendis, corrigendis; invenies Febricitantium somnia, Paradoxa *ἀσύγκλωσα*, vel, si quando felicissimè res succedit, *ἐνδοξα* & *πιθανὰ εἰκοτολογήματα* paralogismis, in speciem, munita, & magnificis pollicitationibus, nonnunquam etiam temerariis provocationibus, incrustata. Postquam autem peritior aliquis accesserit, qui *homini erranti comiter monstrat viam*, vel, quantumvis procaciter laceffenti, placidè respondere incipiat, si tum *nil dignum tanto ferat hic promissior hiatus*, si, pro *ἐνδοταίοις, ἐντέχνιοις, ἐπιστημονικοῖς & ὑπεδεικτικοῖς λόγοις*, reponat tantum *παρέργας & ἀπροσδιονύσας διεξόδους*; si pro *παλινωδία* cum gratiarum actione, ille scommata, convitia, mendacia, calumniasque impudentissimè confictas accumulet: opinor, nihil opus esse monitore, qui aurem talia legentis vellat atque ingeminet, *μέμνησο ἀπιστεῖν*. Ecquid autem de hac facie hauriat Longomontanus, viderint *Periti, Imperitiores*, nisi hoc modo præmonitos, *περὶ τὰ δὴ & ἀλλόκοτα* portenta spectatum admitte-
tendos non censebam. Tandem igitur & Longomontanum ipsum mihi respondentem audiamus.

Ε'λέγξεως

Ε'λέγξως

IOANNIS PELLII

contra

CHRISTIANVM S.
LONGOMONTANVM

De

MENSURA
CIRCULI

Ἀνασκευῇ.

In Pellium & Guldinum veræ Cyclometriæ
adversantes.

*Pellius Authoris Longo de monte ROTVNDI
 Dum nimium inflatus, pellere tentat Opus,
 Fit matri similis, cæcos que incauta catellos,
 Partum immaturum de properando, parit.
 Parturiunt montes, nascetur ridiculus mus;
 Pellius & Guldin rodit uterque, Quia
 Quod NATURA docet, quod CIRCVLVS ipse requirit,
 Hos pudet è Cimbro discere velle viro.*

Ab amicis,

HAVNIAE,
Anno Domini M. DC. XLIV.

P R Æ F A T I O

Christiani S. Longomontani ad Lectorem
benevolum Mathematicum.

Sub initium Septembris anni hujus, postquam paulò antea Tractatum meum de absoluta mensura Rotundi Plani seu Circuli, Amsterdami prælo excusum, nactus essem, folium quoddam chartaceum una cum scripta Epistola adglutinata ad me transmissum est à quodam, ut nomen suum professus est, Ioanne Pellio Coritano-Regno Anglo, illustris Gymnasii Amstelodamensium Matheseos Professore, in quo uno labores meos omnes Cyclometricos labefactasse insolenter se jactarat.

Quamquam autem meritò me suspendere posset, & Responsonem necessariam retardare, quod in frontispicio folii istius numerus 73, & facie altera 74, adjectus erat, donec scilicet omnes istas paginas ad manus haberem, atque ex illis experirer, si fortè scriptum istud meum, ita ut Mathematicum decuit, ordine sigillatim refutasset, præsertim si quidem ita impresentiarum auspicatus est: Tam multa sunt in quibus libri de Circuli mensura Amsterdami nuper impressi, ab omnibus Mathematicis dissentiant: tamen quia, nec senium meum, nec nomen & fama ulteriorem cunctationem pro justa veritatis defensione permittunt, eandem igitur aggredior, in qua majore brevitate, majoreque modestia, quàm Pellius ipse, usus, ita effrenem in me juvenis petulantiam retorquebo, ut etiam æquo judicio Mathematici cujusvis labores mei Cyclometrici ab inscitia hominis istius vindicati orbi deinceps sint profuturi. Optimè vale.

Textus Pellii sequitur:

Tam multa &c] Habetur in paginis 13. & 14. præcedentibus.

I. Pel-

I. Pellii contra Ch. S. Longomontanum

REFUTATIO.

TAm multa sunt] Duo in hoc proœmio Pellius committit Philosopho, & imprimis Mathematico, indigna.

Primum quòd tam multa ista, quibus libri de mensura Circuli ab omnibus Mathematicis dissentire ait, ordine in iis non ostendat, sed soli Instantiâ à Tangentibus suis desumptâ, ea refutare se posse putet, quum Instantiam dare non sit solvere, ut vulgò inter Disputantes fert proverbium.

Deinde dum ab omnibus Mathematicis ista dissentire Pellius scribit, fallaciam ab insufficiente enumeratione insignem committit, Nam nec Ioh. Regiomontanum, nec Ioachimum Rheticum, nec Valentinum Otho- nem, nec ullos verè Mathematicos nominabit, qui veram mensuram Circuli è canone Trigonometriæ, exstruendam arbitrati sunt. Sed saltem per ipsum Cyclometricos eos coërceri, qui terminos ab Archimede inter rationem Peripheriæ, & Diametri Circuli $3\frac{1}{4}$ & $3\frac{1}{2}$ constitutos, irritis suis rationibus transirent. Caterum ratio illa à nobis investigata $\frac{314159265}{1000000000}$ &c. quia inter Archimedis inventa quasi media est, vel paulò infra, ut Cap. ultimo lib. 1. de mensura Rotundi plani, Pellius cognosceret, quocirca correctioni à Canone neutiquam est obnoxia. Interim hac Synecdoches hyperbole usus est, ut calumnia ipsius in me apud imperitos vim majorem obtineret.

Nunc ad ἀντιστοφὴν inauspicatæ ac infelicis Instantiæ Pellianæ in hoc Cyclometrico argumento veniam, & quidem Instantiâ contrariâ, ut sequitur.

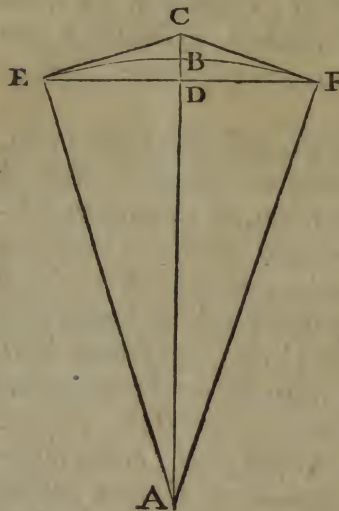
Si Tangentes in Canone veri fuerint, quos Pellius compendio quodam ex Logarithmis, ut videtur, Neperi vel Briggsii, [ceteroquin Geometricè indemonstrabili] præcisè satis asserit, erit Tangens ad 24 M: verus in numero 69813, & sinus rectus eidem numero ad 24 M: similiter æqualis, radio Circuli 100000000 supposito, quibus utrinque duplicatus, sit arcus figura seq. EBF 48 M: subiensâ vero EDF 139626,

E 4

cui

cui numero æquales simul sunt Tangentes EC & FC . Ex hisce igitur deducendis cum Alphonso Molinensi Hispano adversus Euclidem ita scilicet hic Dn. Pellius & amici ratiocinari poterunt.

Trianguli Rectanguli CDE figura adjuncta, quia latera ED & EC sunt æqualia, & EC subtendit angulum rectum ad D , erit quoque angulus ad C rectus, ex 11. artic. Molinensis reperti 18, adversus 17. pr. lib. 1. Euclid.



Porro in Triangulo rectilineo ECF , quia EC & CF ambo latera æqualia sunt lateri EF . Sunt igitur in Triangulo ECF . duo latera reliqua æqualia, cum Hispano isto, articulo 12 ejusdem Reperti, contra 20 pr. lib. 1. Euclid.

Quin & plura heic ad Geometriam Molinensem insigniter augendam faciunt, ut sunt; polygonum inscriptum & circumscriptum 450 laterum, [nam eò 48 M : se extendunt] inter se esse æqualia, & ideò inscriptum veluti pars, toti circumscripto æquale: Denique Peripheriam & aream Circuli utrique æquales. Atque hæc & similia è Canone Pellius reportabit, quæ si Mathematici

omnes approbaverint, ipsius in me insultum tot verbis probrosis exaggeratum patienter ferre cogor: Sin minùs, temeritatem suam juvenilem ingenuè ipse, ut æquum est, redarguat.

Equidem causam non video, cur Pellium, post Apologiam nostram ad finem lib. 1. horum lectam [si modò ab ipso lectam] tam stupidum putem, ut Canonis defectum, circa veræ Circuli mensuræ indaginem, non animadvertat. Quæ certè nisi penes ejusdem initium fieri nequit. At sinus & Tangentes statim ab ipso ortu differentiam paulatim augendam admittunt, licet per numerorum, ex Arithmetica, proportionem sub initium Canonis, [ut heic ad 24 M :] imperceptibilem: Proinde contingit,

tingit, quod numeri per διχομίας versus initium descendentes, descendum magis magisque paulatim inducant, donec Sinuum & Tangentium aequatio veram anteverterit. Atque hisce paucis omnes Mathematici vident, qualis ἐλεγχίς fuerat, per quam labores Longomontani, in his libris, & antea undecim aliis Tractatibus ejusdem argumenti in pub. promotis perisse, solide Pellius censuit. Restat epistola ejusdem ad me, in qua, licet ob eandem suam infelicem ἐλεγχίω immature triumphum agat: eidem tamen non nisi modeste ac sobrie respondebo.

EPISTOLA I. PELLII, ad CH. LONGOMONTANVM.
Celeberrime Vir,

[Longo sermone tua studia &c.] Habetur in pag. 17. præcedente.

AD EPISTOLAM I. PELLII RESPONSIO.
Doctissime Vir,

NEc ego studia tua longo sermone morabor. Vides in ἀντιστοιχίᾳ ἐλεγχίς tua in me, quo felicitatis successu Cyclometriam meam oppugnavi: Ecce enim, dum folio isto in lucem emisso, non solum favori meo apud illustrem Gymnasi vestri Curatorem, Cui libellos istos de mensura Rotundi Plani dedicati; sed etiam fama mea, per totam, ut scribis, Europam, petulanter, quantum in te fuerat, detrabere conatus es, id certe effecisti, ut illustratio veritatis hujus argumenti uberius in notitiam omnium Mathematicorum veniret, & Cyclometria ex Canone Trigonometria, absque defectu nunquam perficienda, ad vera ac necessaria sua principia tandem à nobis deducta fuisse cognoscere: Quae duo imprimis sunt, [adhuc tibi, ut videntur, ignota] nempe Symmetria linea recta, ac Circularis, tum quoque Diametri Circuli, ad suam Perimetrum, affectio: quorum illud in ipsa longitudine, hoc, illius respectu, non nisi potentia patet, velut aliquot Tractatibus, de vera ac absoluta, quam profiteor, mensura Circuli, hisce annis in publ. datis, liquido satis demonstravi. Quibus prius habitis, facile, Natura in ceteris Duce, rationem veram Diametri ad Peripheriam Circuli, ex iustis, sive per lunulas, sive convenientes in numeris proportionibus obimus, ὡς πρὶν quidem in numero $\sqrt{9 \frac{1111}{1144}}$. Quae ratio licet media quasi est inter Archimedis incerta, tamen quia antea Paulus Guldin Jesuita & nunc tu, unà cum amicis aliis, ut intellige, huius mensurae numeros Ludolphos praeferis, licet ex alogis multisque constantes, proinde probl. ma, quod pro Guldini illius refutationi paravi, tibi quoque cum hisce transmissis, ut etiam inde cognoscas, utri nostrum πρῶτον deinceps edenda incumbat. Interea vale, & illud M. Cicer. lib. 1. de Fat. mecum deinceps in pretio habe: Est una omnis sapientia; non arbitrari se scire, quod nesciat. Hannia, V 11 Kal. Octobr. 1641.

F

Pro-

Problema illud, cujus mentionem facit in fine suæ Epistolæ, est libellus *trium* quaternionum, quem unâ cum hâc ἀνασκευῇ accepi, Octobris xxiiii Sty. vetere. Scriptum tamen tam frivolum & monstrosus, quum prorsus nihil ad controversiam nostram spectet, hîc adjungere nolui; ne hujus libri molem & pretium, chartis nullius pretii appositis, augerem. Perlectis autem *quatuor* istis philiris, confestim respondendum non censebam, sed potius dandum esse plus spatii moroso Seni, quo posset meam chartulam relegere, atque, si fieri posset, etiam intelligere. Interim verò, quum audivissem aliquot *istius ἀνασκευῆς* exemplaria in hâc urbe esse venalia, ipse nonnulla emebam, omnibusque qui me invisebant vel dedi, vel ubi prostarent, indicavi. Dicitur non potest, quàm omnibus displiceret illud Longomontani responsum; quàm nullum inveniret qui tam insanum scribendi genus probaret. Tandem, quum aliam ob causam, Decembris xxv St. vet. scribendæ essent literæ ad amicum Hauniæ commorantem, hæc tantum verba eâ de re inserui.

- » Non malè de Ch. S. Longomontano mereberis, Vir Doctissime, si dederis
 » operam ut intelligat me ante duos menses accepisse ea quæ contra me & Guldæ
 » num scripsit: eaque mihi, omnibusque istarum rerum peritis, videri indigna,
 » quæ ab homine sano, nedum Mathematico, proficisci censeantur.

At ille, literis datis Hafniæ ¹¹ Ianuar. rescripsit, se nefas duxisse, Senem in agone [mortis] constitutum turbare, ideoque nihil illi indicasse. Asperxit præterea quædam de magnis illius viri meritis. Ego verò, quum paulò pòst aliunde cognovissem Longomontanum convaluisse, proximâ rescribendi occasione arreptâ, quid nostri de eo judicarent, plenius ostendendum censebam. Ipsam Epistolam (quoniam de illâ conqueritur in iis quæ, contra me, postea Hauniæ sunt impressa) hîc apponere cogor, quod aliàs non fecissem, quia habet quædam in illum dicta, verè quidem, at durius, quàm publicè, saltem tum temporis, scripsissem. Aliter enim scribimus, quod eos solos quibus mittimus: aliter, quod multos lecturos putamus. Epistola autem illa mea (integram enim exhibebo) erat hujusmodi.

SP. Hîc

Hic habes, Vir Doctissime, Fratris responsum ad tuas, quas accepi Febr. xi. st. vet. Atque inde colliges quam paratus sim, in huiusmodi officiis utrique vestrum inservire. Mihi vicissim pergratum feceris, si rescripseris, vivatne adhuc celebris ille senex noster Longomontanus, atque ecquid contra me ediderit post infelicem illam ἀνασκόλην; quam, quia ab irato & mentis non satis compote scriptam vidi, responsione indignam censui. Et quia mea suis inseruit, metuere non potui ne fortè aliquis Mathematicus, me relicto, ad Longomontani partes transfiret, vel talem esse meam demonstrationem crederet, qualem iratus & morosus depingit adversarius. Namque, utrâque parte auditâ, facile videbunt peritiores, Meam illam demonstrationem firmam esse & à Longomontano ἀσάλευτον mansuram; Illius autem ἀνασκόλην neque cælum, quod ajunt, neque terram attingere. Ideoque, quamvis illa tibi etiam placere videatur, audebo tamen dicere, Vos ne unum posse Mathematicum in toto orbe terrarum invenire, qui vel Longomontani Cyclometrica probet, vel illam meam demonstrationem legitimam & Mathematicam esse non agnoscat. Neque enim illos Mathematicos censemus, qui per triginta annos, innumeris paralogismorum tricis impliciti, crassas Sophismatum præstigias deprehendere non possunt; aut qui manifestam atque ἀνίλεγκτον ἀπόδειξιν, convitiis eludi posse putant; aut qui de cepis rogati, de alliis respondent. Quod facit θανυμάσις ille vester, tuque illius vestigia premis. *Mibi, inquis, vidéris, si instantiam tibi propositam solveris, de ponte eum deiecisse, quamdiu ista stat firma & fundamentum istud Canonis infirmum, ut revera est, perstabit sententia Longomontani, sicut isti Ludolpho von Koln, cujus methodus vix commendanda est, satis patet.* Hæc tu quidem: at aliarum regionum Mathematici mirantur quid Haunienlibus acciderit, Canones & Ludolphos somniantibus, quum in meis nusquam occurrat Ludolphi nomen vel numeri; nec ullius Canones ibi à me probatos vel laudatos inveniant. Nec mirum. Neque enim demonstrandum suscepi, alius cujuspiam numeros esse *exactly veros*, sed tantum Longomontani numeros esse *fulsos*, quippe justo majores. Quod ut demonstrare possem, nova mihi incunda erat via. Argumentum igitur illud excogitavi, cujus ingenium tale esset, ut Longomontano refutando idoneum

neum esse posset, etiam si concederem illa omnia, quæ ille postulat [Ludolphi numeros esse falsos; iteratam radicum extractionem esse lubricam & erroribus obnoxiam; omnes, in omnium Trigonometrarum Canonibus, Tangentes esse minimè accuratos] hæc, inquam, omnia quamvis ego concederem, firma tamen manet demonstrationis meæ vis, quippe quæ, suis fundamentis nixa, alienis concussis non moveatur. Quod valdè miror neminem vestrûm animadvertisse, maximè quum tam apertè illud monuerim, atque in illâ meâ chartulâ hæc verba habeatis.

„ Demonstravi igitur (idque sine tangentium Canone aut
„ radicum extractione) [adde si vis, aut Ludolphi autoritate]
„ tangentem $0^{\circ} 42' \frac{3}{16}$ esse minorem quàm $0^{\circ} 122725$.

Quod sanè qui præstare potest, ille tam facilè Longomontanum vincet, quàm vulpes comest pyrum. Hîc igitur Rhodus, hîc saltet ille senex & demonstret me nondum demonstrâsse (sine tangentium Canone aut radicum extractione aut Ludolphi autoritate) Semilatus polygoni ordinati circulo circumscripti, 256 laterum, esse minus quàm 1227, 25 qualium Radius est 100000, 00. Hoc ubi demonstraverit ille vel quicumque alius, polliceor me palinodiam editurum. Credo etiam idem facturos esse eximios illos Mathematicos, qui meam *solidissimam* esse refutationem pronunciarunt. Fatebimur solum Longomontanum fuisse Geometram; atque reliquos omnes huius sæculi Mathematicum professores & cultores, umbras esse; & denique unicâ literulâ insertâ (tantilla enim est controversia inter me & Longomontanum) dicemus cum illo, *solidissimam* fuisse refutationem, quam contra Longomontani conatûs Cyclometricos edidit *stupidus, solidus, canis similis, temerarius, petulans juvenis Pellius*. Addemus & reliquos florculos, quibus referta est bella illa *ἀνακρεὼν* & Epigramma illud Doctum, Iupiter! & laboriosum.

Hæc tamen non faciemus, priusquam errores nostros de-

mo-

monstraverit vel ipse Longomontanus vel aliquis ejus ὑπερε-
σπιστής. Nam ista, quam adhuc habemus, ἀνασκευὴ talis est ut
parum vestrae Academiae aut ipsius Professoris honori con-
sultuisse videatur, qui huc ad L. Elzevirium nostrum multa
misit ejus exemplaria. Hic enim multi de eâ judicant seve-
rius, quàm homines belli solent. Censent præclarum illud, à
nescio quot amicis Longomontani, junctis viribus compo-
situm, *Epigramma* [*In Pellium & Guldinū*] Musis invitis & Apolli-
ne nullo fuisse natum, ideoque à nostris non vocatur Epigram-
ma, sed Demonstratio Ἀναντιρρήτου & etiam Haunia Maledicos
sciolos inveniri posse. Quin, quod dolendum, ipsius ἀνασκευῆς
titulum ipsi operi non respondere arbitrantur. nam ubi habe-
tur *I. Pellii contra Ch. S. Longomontanum refutatio*, quum nihil
eorum quæ Pellius dixerat, ibi refutetur, scribendum ajunt,

*Refutatio eorum, qui morositatem intolerabilem, perversitatem
incomparabilem, oscitantiam & imprudentiam inexcusabilem, im-
peritiam incredibilem, pertinaciam insanabilem, inter Longomon-
tani virtutes non numerant.*

Viderint igitur illi nostri Senis amici, quid facturi sint: nam
quamvis ego ista omnia dissimulem, idem tamen de omnibus
amicis meis vix audeo polliceri, quippe qui se etiam in infau-
stâ istâ ἀνασκευῇ à Longomontano lælos putent.

Tu autem, Vir Doctissime, si me audis, ab hac controver-
siâ, in quâ tam turpiter se dedit Longomontanus, abstinebis.
Quod si quem noveris, qui saniozem pro Sene nostro defen-
sionem ediderit, idque mihi quàm primùm indicaveris, sum-
mo me à te beneficio affectum arbitrabor. Vale.

Amstelodami.

Febr. XIX. St. vet. 1645.

F 3

Huic

Hic epistolæ quale responsum, post quinque menses interpositos, acceperim, suo loco dicetur. Interim, quum
 p. 61. l. 22. nemo ex Dania rescriberet; aut intercidisse meas propter bellum Sueco-Danicum, aut nihil novi Hauniæ contra me editum fuisse putabam. Ideoq; omnem de illis expectationem abiciens, incepti de *aliorum iudiciis* colligendis cogitare. Quæ enim tunc habui, quando hanc epistolam scripsi, aut mihi dicta
 p. 43. l. 31.
 p. 44. l. 21.
 p. 45. l. 5. erant, non scripta; aut aliter scripta quam volebam, linguis scilicet vernaculis vel stylo Encomiastico & Poetico potius quàm Mathematico; vel non ab ipsis autoribus composita sed per alios indicata; atque, ut semel dicam, non eo consilio scripta, ut publici juris fierent, ideoque hîc non apponentur. Amicis igitur denuò indicavi, *si haberem Mathematicorum manibus subscriptas approbationes meæ chartula, vel etiam rationes, cur illam non probarent; me velle eas Typographo tradere unâ cum Longomontani διασκευῇ. Plura autem contra illum scribere, mihi tunc temporis minime necessarium videri.* Eorû operâ, quorundam sententias accipi, pauciores quidem & tardiùs quàm vellem. Quas hîc enumerabo, servato ordine quo ad manûs meas pervenerûnt, ideoque Primus erit D. Robervallius, Mathematic. Parisiensis. Sequentur
 { 2. D. Thomas Hobbes, Philosophus Anglus, Paris. habitans.
 { 3. D. Petrus Carcavius, in supremo Galliæ Consist. Senator.
 { 4. D. Carolus Cavendysius, Anglus, Eques &c.
 { Illustrissimi Marchionis Novo-castellæ frater unicus.
 { 5. D. Pallieur, Nobilis Parisinus.
 { 6. P. Marinus Mersennus, Minimus Parisiensis.
 7. D. Ioannes Adolphus Tassius, Mathematicus Hamburg.
 8. D. Ioh. Ludovicus Wolzogen, Austriacus. Liber Baro in Newhaus &c. S. R. M. Poloniæ & Sueciæ Aulicus Cubicularis.
 9. D. Renatus Des Cartes, Gallus, Toparcha Perronii.
 10. P. Bonaventura Cavalierius, Mediolanensis, Mathematicarum Professor publicus Bononiæ, &c.

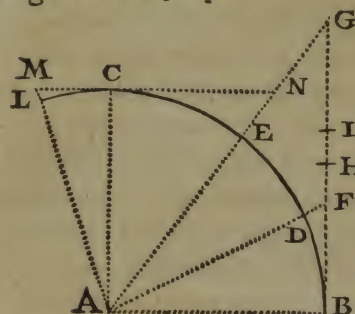
Cla-

Clarissimus I. Pellius, in refutanda Celeberrimi Ch. S. Longomontani propositione, De circuli mensura; utitur methodo legitima, clara, planèque subtili, atque expedita. Posito ergo quòd Longomont. asserat circumferentiam circuli fore 3, 14185, 96 &c. partium equalium; qualium tota Diameter continet 100000, 00. adeò solidè refellitur ejus assertio, ut ei nihil aliud relinquatur, quàm victrici veritati se suæque tradere: Si tamen ad sanitatem adhuc reduci potest. Animadverti enim plerosque ex superbis illis Sciolis, qui cum vix meruerint inter infimæ classis geometras annumerari, tamen nimio sui amore, persuasi sunt nobilia illa problemata, De circuli dimensione, De cubi duplicatione, de anguli trisectione, de longitudinibus inveniendis, deque excogitando motu perpetuo; ideò tantum insoluta hucusque permansisse, ut sibi solis servarentur: postquam doctorum virorum demonstrationibus errores eorum manifestò patuerint; nihilo tamen minùs, præ nimia arrogantia, veritati pertinaciter obistere, ipsamque stultè odisse. Oderunt quippe Bubones Solem, dum puro ac nitido lumine, nimis hebetes eorum oculos occæcat, simulque eorundem turpitudinem iis animantibus prodit, quæ perspicaci visu prædita sunt. Si ergo ex illis est Longomontanus, non Longomontano laborat Pellius; at illis tamen laborat, qui Longomontani, non quidem doctrinam, sed auctoritatem incautè secuti, in eandem cum ipso soveam possent incidere.

Ceterum, Theorema quo tanquam fundamento, nititur tota Pellii demonstratio, quia satis elegans visum est, & ad alias refutationes utile, lubet hic nostro modo demonstrare; quandoquidem illud ad nos sine demonstratione, nescio quâ de causa transmissum est.

Theorema.

In omni circulo, sumpto quovis arcu minore quàm 45 g, eiusque duplo: erit ut tangens arcus dupli ad tangentem arcus simpli, ita duplum quadrati radii ad differentiam inter quadratum radii & quadratum tangens arcus simpli.



In apposita fig. a est centrum, BC quadrans, BD arcus simpli, BE duplus, Bf tangens arcus simpli, BG tangens arcus dupli, Bh dimidia ipsius BG, BI aequalis ipsi Gf, quare fh, hI sunt aequales; item af est secans, sicuti & a G. Itaque propter bisectionem anguli B a G

GB quad. + a B. quad. IB quad.
Vt Ga quadratum, ad a B quad. ita Gf quad. ad f B quad.
ergo dividendo.

4 rectang. Bhf

1 B. quad. — Bf qu. — f B quad. ad f B quad.
est 4 rectang. Bhf, & vicissim

Vt GB quad. ad 4 rectang. Bhf, ita a B quad. ad Bf quad.
sumptisque duorum priorum subquadruplis

Vt Bh quad. ad rectang. Bhf,

hoc est, propter communem altitudinem Bh

Vt recta Bh ad rectang. hf, ita a B quad. ad Bf quad.

Et per conversionem rationis

Vt h B ad Bf, ita a B quad. ad a B quad. — Bf quad.

Ac tandem sumptis anteced. duplis,

Erit tangens GB ad tangentem Bf, ut 2 a B quad. ad a B qu. — Bf quad. Vt est propositum.

Aliter

Aliter idem.

Pro ducto quadrante BC versus C in L , fiat CL æqualis arcui simplo BD ; & tangens ipsius CL sit CM æqualis Bf ; sit quoque Cn tangens arcus CE , & an secans ejusdem, tum an secans arcus CL .

Triangulum igitur anm est Isosceles habens latera an , mn æqualia, quare resoluta quadrato mn , eoque collato cum ambobus ac , cn , & demptis communibus, erit ac quad. — Cm quad. hoc est, aB quad. — Bf quad. æquale 2 rectang. mcn . Sumptis ergo æqualibus altis, nempe duplo quadrato aB & duplo rectangulo ex BG in Cn , erit $2 aB$ quad. ad aB quad. — Bf quad. ut 2 rectang. BG in Cn ad 2 rectang. mcn , hoc est ad 2 rectang. Bf in Cn : & communi altitudine Cn , erit $2 aB$ quad. ad aB quad. — Bf quad. ut recta GB ad rectam Bf .

Hæc ego Ægidius Perfonerius de Roberval Parisiis in Collegio regio Franciæ Mathemat. Professor.

15 Calend. Maji. Anno 1645.

Acceptâ hac approbatione, rescripsi, pergratum mihi facturos reliquos quibus ista mea refutatiûcula placeret, si & illi demonstrarent meum Theorema, nec satis putarent nomina sua subscribere sententiæ D. Robervalli: ne quis malignus diceret, Facile inveniri homines, gratia tantum causâ suffragantes, vel imperitos, temere de rebus sibi parum perspectis pronunciantes. At Longomontanum non posse illos, tanquam imperitos nostræ controversiæ judices, respuere, quos tanto seipso peritiores videret, ut demonstrare queant illud Theorema, quod ipse dixerat esse **INDEMONSTRABILE**. Multos enim capere posse vim meæ refutationis, qui datum quodlibet Theorema nequeunt demonstrare: At contrâ, nemini dubium fore, quin ii, qui Theorematis novi apodixin excogitassent, meam etiam chartulam rectè intelligere potuerint. Visus sum nonnullis æquum dicere, qui proinde miserunt suas demonstrationes, quas hic subjungam.

p. 39. l. 18.

G

Theo-

N E M P E. Si producta catheto BC ad D,

(1) fuerit ut ABq. BCq ad 2 ABq, ita BC ad BD:
ductisque hypotenusis DA, CA,

(2) fiant acuti DAC, CAB, ex quibus componitur totus DAB.
Isti acuti DAC, CAB sunt aequales: Ideoque DAB aequatur 2 DAC vel
2 CAB. &c.

(3) Queratur enim quadratum aequale differentia quadratorum
ABq, BCq. Ejus latus sit BF.

(4) Inventa BF, inscribatur semicirculo BFL, cujus centrū A, Radius AB.

(5) A puncto F demittatur perpendicularis FG in Radium AB.

(6) Radius AE sit diametro normalis.

(7) Ductis rectis AF, EB, GC, fient triacula rectang. AGF, EAB, GBC.

(8) Ducta LF, fiet triangulum LFB, simile triangulo rectangulo FGB.

(9) Ducta LE, fiet triangulum LEB, simile triangulo rectangulo EAB.

Eritque Diagramma, precedenti simile.

(1) ABq. BCq. 2 ABq. :: BC. BD } BFq. BEq. :: BC. BD } Ergo
(3) BFq. :: ABq. BCq. (5. 7) BEq. :: 2 ABq. }
(8) LB. BF. :: FB. BG. ergo BFq. :: LB. :: in BG. BFq. BEq. :: BC. BD. ::
(9) LB. BE. :: EB. BA. ergo BEq. :: LB. in BA. } BG. BA. } BG. BA. &c.
ergo AD, GC sunt parallele; ergo angul. GCA :: CAD &c.

(3) BFq. :: ABq. BCq. 2 ABq. ECq. :: } AFq. BCq. :: BGq. + GFq.
(5) BFq. :: BGq. + GFq. } BGq. + GFq. }
(4) AB :: AF. ergo ABq. :: AFq. } E R G O
AFq. GFq. :: BGq. + BCq.

(7) AFq. GFq. :: AGq. (7) BGq. + BCq. :: CGq.

E R G O AGq. :: CGq. ergo AG :: CG. ergo angul. GCA :: GAC &c.
Angulus GCA :: CAD } Ergo Anguli CAD, CAG (sive CAB) sunt
Angulus GCA :: GAC } aequales.

(2) At Angulus DAB aequatur DAC + CAB

E R G O, Angulus DAB :: 2 DAC :: 2 CAB.

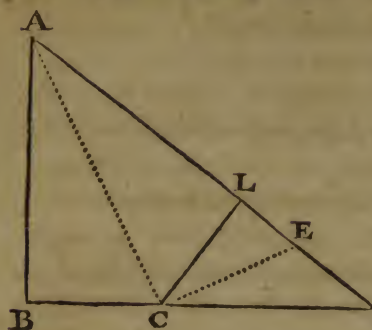
I D E O Q U E, Si compleatur circulus LEB

Recta BC erit Tangens arcus simpli

Recta BD erit Tangens arcus dupli. Quod erat demonstrandum.

C H A R L E S C A V E N D Y S S H E. G 3 T H E O.

(v) THEOREMA.



Triang. Rectanguli ABD, angulus BAD si dividatur bisariam, à rectâ AC. Erunt 2 ABq.
 $ABq - BCq :: BD, BC.$ proportionalia.

CONSTRUCTIO.

Fiat CL ad AD perpendicularis, & ACE angulus rectus

DEMONSTRATIO.

Triang. ABD, CLD sunt similia. Ergo Anguli BAD, LCD sunt aequales. Sed Anguli LCE, CAE sunt aequales. Ergo Anguli ECD, BAC (id est CAD) sunt aequales. Ergo Anguli LCE, ECD sunt aequales. Sunt igitur Triangula ADC, DCE similia. Quare recta AD. DC :: DC. DE sunt proportionales, & AD q. DC q :: AD. DE sunt proportionalia. Itaque etiam ABq. BCq :: AD. DE sunt proportionalia. Et dividendo ABq - BCq. BCq :: AE. DE sunt proportionalia. Et Convertendo BCq. ABq - BCq :: DE. AE sunt proportionalia. R V R S V S, Quoniam recta AL. LC :: LC. LE proportionales sunt. Erunt AL q. LC q :: AL. LE proportionalia, Ergo etiam ABq. BCq :: AL. LE proportionalia sunt. Et componendo ABq + BCq. BCq :: AE. LE sunt proportionalia. Sed BCq. ABq - BCq :: DE. AE sunt proportionalia. Ergo ex aquo ABq + BCq. ABq - BCq :: DE. LE

sive DC. CL sunt proportionalia. Et

sive DC. CB componendo

2 ABq. ABq - BCq :: DB. BC sunt proportionalia. Quod erat demonstrandum.

PALLIÉV R.

Plerique autem, solius D. Robervalli demonstrationes sufficere dictitantes, suas mittere noluerunt. Vnum pro omnibus audiamus.

V I. Ex P. M. Mersenni literis ad me

Porro quadraturæ Longomontanica falsitatem verbis tam brevibus aperuisti, ut sperem etiam à tuo calamo &c. Et paulò post. Cum autem noster Robervallus tibi demonstrationem miserit ejus propositionis, quâ in refellendo Christiano uteris, nil est quod amplius sperare vel postulare debeas, vel etiam ipse Longomontanus requirere debeat ad cennendam palinodiam &c.

Quoniam igitur nihil amplius ex Gallia sperare jubemur, ut numerum denarium habeamus, quatuor alios, ex totidem diversis regionibus, peritos nostræ controversiæ judices arcescere liceat.

V II. Ex literis D. Tassii, quas accepi Augusto, 7. 17. Anno 1645.

De lite autem Mathematicâ, quæ tibi cum Longomontano orta est, ita sentio: Falsam esse illius Viri Cyclometriam eamque & rectè & ingeniosè à te refutatam. Quod verò Longomontanus causam suam tueri non sine convitiis voluit (Id enim narrant tue literæ; ego enim illius ἀντιστοιχίαν non vidi) partim ingenii morbo factum esse arbitror; partim quod vim tuæ argumentationis non satis perceperit. Nosti enim ea, in quibus brevisitas cum subtilitate paria facit, hominum non satis acutorum mentes prætervolare. Ere igitur facies meâ quidem sententiâ, si apposis demonstrationibus, quas vulgares etiam Geometræ capiant, jugulum illius Cyclometriæ ita petas, ut propugnatores ictum manifesto sentiant. D. IUNGIVS & ego ultimam illam editionem, cui tua refutatio imprimis opponitur, nunquam vidimus; sed eam solum habemus, quæ hîc Hamburgi ante complures annos prodit, interpolata tamen aliquoties (ut audio) ab autore est. Illam cum abire à numeris Ludolfinis ac Snellianis deprehendiſsem, abjeci statim, nec faciendum esse putavi, ut studium atque operam porro in eâ ponerem. Iungio autem nostro causa propria fuit, quamobrem ille paulo præstius Cyclometriam istam excusserit &c.

(V I I I)

(VIII) PROPOSITIO.

T Angens cuiuslibet arcus minoris quam 45 gr. ducatur in duplum Quadratum Radii. A quadrato Radii auferatur Tangentis quadratum. Illud productum dividatur per hoc residuum. Quotus erit Tangens arcus dupli.

D E N O N S T R A T I O .

*Sit datus arcus minor
semisse quadrantis BC,
ejusque duplus BD: il-
lius Tangens sit BE,
hujus BG, Radius verò
estò BA.*

*Pro Radio ponatur T:
pro tangente dati ar-
cûs ponatur Y, pro tan-
gente dupli arcûs Z.
Demonstrandum est.*

$$\frac{2TT\Upsilon}{TT-\Upsilon\Upsilon} \text{ equari } Z,$$

Seu : 2 TTY aquari
ZTT-ZYY. Quâ aqua-
litate ad proportionem
reductâ,

*Demonstrandum est,
esse:*

$$UT \quad ad : ita \quad ad$$

$$TT-YY : 2TT :: Y : Z$$

*Fiat ut BE ad B A, ita B A ad B F, & erit rectangulum sub EB, BF
 æquale quadrato A B: deinde sumptis BH, HR, BO æqualibus ipsi
 BE, & HK ipsi EG, absolvantur rectangula & quadrata, ut in schema-
 te apparet. Quoniam igitur arcus BD, ponitur duplus arcûs BC, ac
 proinde angulus BAD, duplus anguli BAC; erunt anguli BAC, CAD,
 æquales: quare, cum trianguli BAG, angulus A, ad verticem sit bise-
 ctus, erunt segmenta basis cruribus proportionalia, nimirum, ut BE,
 ad EG,*

ad EG ita BA ad AG, & permutando, ut BE ad BA, ita EG ad AG; Sed ut EB ad BA, ita per constructionem est BA ad BF: ergo ex aequo, ut EG ad AG, ita BA ad BF:: rectangulum igitur sub AG & BA, aequatur rectangulo sub EG & BF, hoc est, rectangulo HL. Sed idem rectangulum sub AG, BA aequatur [quadratis radii & tangentis dati arcus, nimirum quadrato BA, BE, unà cum rectangulo sub BE, EG, hoc est] rectangulo FI. Quod sic demonstratur:

Ducatur recta ED, sumptaque DM aequali ipsi AB, fiant rectangula AM, DN, ut in Schemate. Quia igitur anguli BAE, EAD, aequantur, itemque duo Radii AB, AD, & AE est communis utriusque; basis; erunt triangula ABE, AED congrua; latus igitur DE, aequabitur lateri BE & angulus ADE, aequalis angulo ABE (recto propter contactum) rectus quoque erit. Porro, quoniam in triangulis, AGB, DGE, anguli D & B recti sunt, & angulus G, communis; erunt triangula illa similia; ideoque erit, ut AB ad BG, ita ED ad DG, & permutando, ut AB ad ED, hoc est ad EB, ita BG ad DG: rectangulum igitur sub AD & DG, nempe rectangulum GM, aequatur rectangulo sub BE, BG, hoc est rectangulo BI: quibus si addantur aequalia AM, FH, quadrata radii, erit rectangulum AN, sub AB, AG comprehensum, aequale rectangulo FI.

Sed ante demonstratum est, idem rectangulum sub AG, BA, aequari rectangulo HL; rectangulum igitur FI aequatur eidem rectangulo HL: è quibus si auferantur aequalia FH, HS, relinquetur BI, hoc est EK vel OK aequale ipsi SK: & ablato communi RQ, relinquentur OR, SQ rectangula aequalia: illis si addatur commune OS, fiet rectangulum FQ aequale rectangulo FR, hoc est duplici quadrato Radii AB. Et quia rectangula FP, FQ sunt aequalia, erit ut FP, ad FQ, ita BH ad BK. hoc est, ut quadratum Radii AB, minus quadrato BE, ad duplex quadratum Radii AB, ita BE ad BG: hoc est,

ut ad ita ad
TT-YY: 2TT:: Y: Z. Quod erat demonstrandum.

IOH. LVDOVICVS WOLZOGEN BARO.

H

Ejus-

Ejusdem Illustris Viri Epistola unâ missa, ut simul cum istâ demonstratione ederetur.

Vir Clarissime, Amice honorande,

Perlegi attentius pagellam tuam, in qua novâ, nec ab aliis Mathematicis, quod sciam, usitatâ methodo Cyclometricum illud commentum Christiani Severini Longomontani, tot annorum lucubrationibus enixum, totque voluminibus Mathematicis oculis obtrusum, unico illo Theoremate ingeniosissimo, non aliter ac prægrande ædificium debili putridæque columnæ innixum, unico securis ictu, dejicis: & quemadmodum jussisti, Theorematis illius, quod Longomontanus indemonstrabile arbitratur, geometricam demonstrationem tentavi, quam tibi transmitto. In eâ si minùs artificium elegantiaque mathematica apparuerit, ignoscendum erit cum meæ in hoc studiorum genere tenuitati, tum ab aliis curis distractioni. Deductio ad absurdum, quâ tu, vi Theorematis tui, circuli peripheriam, secundum Longomontani Cyclometriam, jussu majorem ostendis, adeo evidens est, ut malim affirmare, Longomontanum eam non satis perpendisse, quàm perpensam non intellexisse, nec quid tam claræ veritati posthac, cum Theorema tuum certis demonstrationibus firmatum viderit, absque existimationis suæ jacturâ vel in speciem opponere possit, video. Id nunc opto, ut in iis, quæ ad ipsius Responsionem regere velis, quantociùs te expedias, quò etiam aliis admirandis inventis tuis nobis communicandis vacare, & divinam Mathesin novâ illâ face (quemadmodum idea tua eam depinxit) illustratam & perfectam nobis sistere, tuumque Mathematicum αὐτοπρῆν in conspectum producere queas. Vale, Vir Clarissime, & in tuo erga me affectu persiste, qui iidem sum semperque ero,

Virtutum tuarum Cultor

Ioannes Ludovicus Wolzogen
L. Baro, &c.

ix Excer-

IX. Excerptum ex D. Cartesii epistolâ responsoriâ ad virum magnum, qui Gallicè ad eum scribens, inter alia, quæfive-
rat ejus sententiam de meâ refutatiunculâ.

La refutation de la quadrature du Cercle de Longomontanus faite par Monsieur Pell est tresvraye & pleine d'esprit; ce que paroist tant en ce qu'il a seu s'exempter entierement de l'embaras des nombres sourds, qui se rencontrent au calcul des Polygones inscrits ou circonscrits au Cercle, qu'en sa merveilleuse briefvetè laquelle ne cause point d'obscurité, car toute la suite de son raisonnement est tresclaire, à ceux qui savent la verité de la proposition qu'il suppose, à sçavoir que Si tangens cujuslibet arcus minoris quàm 45 grad. ducatur in duplum quadratum radii, à quadrato radii auferatur tangentis quadratum, illud productum dividatur per hoc residuum, Quotus erit tangens arcus dupli. Et les fausses quadratures du cercle ne meritent pas une plus longue refutation, &c.

D'EGMOND.

DES CARTES.

Eadem ab amico Latine reddita, propter Gallicè nescientes. Refutatio edita à Longomontano circuli quadraturæ facta per D. Pellium, & verissima est & ingeniosissima. Apparet id, tum ex eo quod perplexitate numerorum surdorum, qui in polygonorum, circulo inscriptorum aut circumscriptorum, calculo occurrunt, sese omnino eximere scriberit; tum ex admirandâ ejus brevitate, quæ obscuritatem nullam involvit: Omnis enim ratiocinationis ab ipso allata sequela, evidentissima est iis qui veritatem norunt supposita ab ipso propositionis, [videlicet, quod, Si Tangens cujuslibet &c.] Nec dignæ sunt Falsæ circuli quadraturæ, quæ prolixius refutentur, &c.

Egmondâ [in Hollandiâ]

CARTESIVS.

DVm hæc aguntur, Nova nugarum & calumniarum pro-
 cella ex Aquilone in nos ruens, cursum nostrum tenere
 non permisit. Quum enim propter summam imperitiam ho-
 minis *rationum pondera* non sentientis, *suffragiorum numero* dein-
 ceptandum putarem, nec unius aditipulatoris, quantum-
 vis periti, sententiam tam arroganti omnium præ se contem-
 ptori objiciendam censerem, ne quis me istius maledictis, quæ
 ipse ferre non possem, exposuisse alios; me ipsum verò ex præ-
 lio subducere velle somniaret: Nec unius alteriusve approba-
 tionis accessione contra tam temerarios sciolos satis instructus
 viderer; Dum plures expecto, quas, ut ab initio decreveram, p. 46. l. 15.
 unà cum illà monstrosà ἀνασκευῇ typis describendas darem:
 Infelicem senem, quasi nondum satis piaculorum commisisset,
 novum facinus perpetrâsse intellexi. Alium scilicet libellum
 priore majorem, *in ulteriorem Pellii refutationem*, ut ipse loqui-
 tur, edendum curâsse; nullius tamen autoris nomen præ se fe-
 rentem, inòd datâ operâ ita scriptum, ut non à Longomōtano
 sed à nescio quo alio confectum fuisse, Lectores putarent.
 Excusum tamen Hauniæ, & quidem in Typographéo Aca-
 demico, ejusque exemplaria ab ipso Longomontano ad quos-
 dam Amstelodamenses missa esse, constabat. Neque nobis
 hic defuit amicus ille, cui scripta fuerat ista Epistola, Febr.
 XIX, quam supra apposui. Nam & mihi istius libelli exemplar p. 43.
 misit cum literis ad me datis, *Hafniæ Prid. Kal. Iunii. M. DC.*
XLV. In quibus indicavit quomodo Longomontanus nactus
 esset apographum istius meæ epistolæ, idque huic novo Hau-
 niensi scripto occasionem dedisse. Hæc ubi Iulii 21. 31 acce-
 pisset, Ex ipso titulo videre potui, scriptoris (quicumque tan-
 dem fuit) summam vecordiam, *de defectu Canonum trigonome-*
tricarum inspidissimam cramben inspidius coctam reponentis,
 quasi illa pertineret ad *controversiam inter Longomontanum &*
Pellium, Sex tantum pagellas meas viderant Haunienses, nec in p. 13. 14.
 iis quicquam *de Canonicorum numerorum perfectione* dictum; ne 17. 43. 44.
45.

illud quidem, quod manifestissimè verum est, nempe Tangentem 45 grad. esse Radio æqualem. Scripsi tantum illam minorem esse quàm 1,00000,01. Vbiq̃ue etiam in Epistolis cavebam, ne ansam darem Longomontano *de Canonibus* litigandi; in quo argumento illum se turpissimè daturum sciebam. Quid, quod in posteriore Epistolâ, quam hic Anonymus nugator se legisse ostendit, apertè monueram me SINE CANONE enormitatem Cyclometriæ Longomontanæ demonstrâsse; nostramque controversiam esse de unicâ literula T; SOLIDE an STOLIDE Longomontanum refutâisset Pellius. Prius, uno ore affirmant omnes Mathematici: *Posteriorius* contendit Longomontanus, Et quidem, ut plerique putant, *Solus*. Paucis enim, opinor, persuadebit, se suorum assensorum & propugnatorum nomina, etiam meâ epistolâ provocatum, reticere potuisse; aut illam Ἀνασκευὴν, hujus novi Ἐκπρώματ^{ος} sororem germanam non esse; vel, ex eodem fonte Caballino non fluxisse Castalios illos latices, quibus uterque fætus recens natus aspergebatur. Eidem, inquam, furori parapoëtico, utriusque ornamenta, tam versiculos, quàm contumelias non deberi, pauci credent. Certiùs autem inveniemus hujus projectitii *patrem*, si priùs, quid ipse *infans* balbutiat, auscultemus.

CON-

CONTROVERSIA

Inter

CHRISTIANVM

LONGOMONTANVM

&

IOANNEM PELLIVM,

De

Vera Circuli mensura,

ubi

Defectus Canonis Trigonometrici, sub ini-
tium ejusdem, ostenditur.

OVID:

*Non minor est Virtus, quàm querere, parta tueri:
Casus inest illic: heic erit artis opus.*

Havniæ 8. Calend. Iunii Anno M. DC. XLV.



Literis Viduæ SALOMONIS SARTORII.

Pro Libellis de mensura Rotundi plani
in Belgio excusis.

*Belgium chartâ, modò quam premebat,
Nemo adhuc vidit, neque pòst videbit
Verius CIRCVM numeris in ipsum
ducere RECTVM.*

Qum in omni controversia statum hujus legitimè constituere oporteat, & cui Resutatio incumbit, ac volupe est, is ad duo se convertere debeat, quæ Græci vocant ἀποὶν καὶ θέσιν. Proinde eadem hic ante omnia considerata veniunt, ne opinionibus partim præcociis ingenti præcipitantiâ, partim invidiâ præoccupati, ita festinemus, ut veritas cæteroquin nimium, ut dicitur, altercando amittatur.

Statum igitur de vera Circuli mensura quod attinet, hanc in absoluta, & omni suo numero perfectâ, juxta rationem Diametri Circuli ad suam peripheriam, Longomontanus urget; neque enim aliâs perfectâ dici poterit, aut post tot aliorum in hoc argumento labores, luce digna.

Ceterum quia ad hanc perfectionem imprimis requiritur Symmetria Lineæ rectæ ac Circularis: [cujus tamen inquisitio, nemini hætenus, quod sciam, magnopere cura fuit; præter unum Nicolaum de Cusa, & irritò simul conamine I. Scaligerum] idcirco non nisi κατ' ἐξῆς, ut Eutocius loquitur, remperfecerunt, Licet eam in Natura exstare, vel quod idem est, lineam rectam peripheriæ Circuli æqualem, uterque Archimedes pariter & Eutocius verissimè statuerunt.

Quocirca Longomontanus eandem symmetriam primariò omni conatu venatus est, ut cap. 3. Quadr. Circuli ipsius demonstratur; & postea per XII Tractatus de Circuli mensura, hæc eadem passim in ἐξῆς sponte à Natura se prodit. Nam in omni triangulo æquilat: si eidem Sector hexagoni inscribatur, erit arcus inscriptus, ad latus aliquod trianguli ejusdem, ut 39 ad 43. velut id antea demonstratum satis tum alibi, tum cap. 4. lib. 1. de mensura Rotundi plani in pluribus per numeros exemplis patet. Porro quia idem latus trianguli æquilat, sese demonstrativè habet ad Diametrum ejusdem Circuli, ut, 1 ad $\sqrt{3}$, efficitur inde, quòd Diameter ad peripheriam, non nisi potentiâ sit commensurabilis, & versâ vice, datâ Diametro in numero vero.

Ex hisce colligitur, atque multoties per omnes XII Tractatus Cyclometricos hætenus superioribus annis à Christiano Longomontano in lucem publ. promotos, demonstratur, id quod scopus hujus argumenti est, rationem scilicet Diametri Circuli cujusque ad suam Peripheriam esse, quæ est unitas ad $\sqrt{9 \frac{11}{149}}$ exquisitè, vel etiam Peripheriæ ad Diametrum, ut 39 ad $\sqrt{154 \frac{1}{11}}$. In numeris autem solutis $\frac{1411796437}{1900000000}$, &c.

I

proximè

proximè. Quæ ratio paulò infra medium inventorū Archimedis se sistit.

Hæc summa Cyclometria Longomontani est, adeò etiam præcisè atque accuratè ad Εὐκλείαν mensurabilis, ut nè pilum latum ab ea discedat. Velut de hac, si quis experimentum facere voluerit, ejus duplicem modum cap. 8. Quadr. Circ. inveniet.

Contrahanc autem Longomontani Cyclometriam antea Paulus Guldinus Iesuita, & nunc Ioannes Pellius Anglus, calamum, in modum bacchantium, strinxerunt; Ille saltem autoritate Ludolphi de Còln suffultus; Hic peculiari quadam methodo nixus, quâ Tangentem 122725 ad $42\frac{3}{16}M$, aut paulò adhuc minorem se velut verissimum, invenisse putat, posito radio Circuli 10000000; unde polygonum Circulo circumscriptum 256 lat. in mensura sua reperit 314176, 0: quum periphèria Circuli Longomontano, ut supra, 3141859 existeret; Nam si Tangens ille 122725, à Pellio in Veritate inventus fuisset, Longomontani in numero absurdum sequuturum, quis non animadverteret, nempe quod sic pars suo toto major foret? Caterum quanquam ab hisce duobus nihil amplius ita contra absolutam Longomontani Cyclometriam motum est, vel ἀπορίῃ in unam omnium propositionū præfatorum XII Traètatuum Longomontani refutandam, ab ipsis sit tentata; multò minus quòd δεῖται in certa Circuli mensura stabilienda affirmarent; ut sic controversiæ hujus ritè decidende, operam ipsi luserint: tamen quia Veritas semel inventa perpetuò vincit (nam licet hæc premi quidem, at opprimi nunquam poterit;) proinde nonnihil ex eadem utrique Longomontanus respondendum putabat, ne nimium sibi sapere hi viderentur, (ut Salomon in suis jubet Proverbiis,) etiam cum Reip. Mathematicæ detrimento: Idcirco Guldino Propositio quedam, de vera Circuli inventione è Lunule trigoni, caterarumque partium Circuli æquatione, confecta, ante annum velut ossa in responsum objecta est, tali, mehercule, stomacho nimis idonea. Pellio quoque similiter, ante anni semissem, non solum admonitio, in sui tangentis defectum transmissa est; sed juxta etiam ad Guldinum responsum; quum uterque in eodem defectionis tuende argumento versetur; nam hæc quoque in vindicias injuriæ ab hisce illatæ publici juris fieri Longomontanus procuravit. Verum enimverò quanquam utriq; horum, imò omnibus in orbe Mathematicis dicta Propositio,

positio, ad veram Circuli mensuram convincendum sufficeret; quia tamen nihil in refutationem mensuræ Circuli Longomontani, præter Ludolphi, ut dixi, autoritatē, nihil diversi à Canonis Trigonometrici syntaxi afferentis, Guldinus in medium produxit; Eo igitur misso; & Pellii adeo constanti, certoq; Tangente, ob quem solum Labores Longomontani in hoc argumento damnandos ipse arbitrabatur, in justum examen revocato; ut non tam Pellius ipse, (quem adeo propositi, licet falsi, pertinacem fore, ut etiam convictus, opinionem suā vix sit depositurus, arbitramur) quàm reliqui in Belgio, & alibi præstantiores Mathematici, cognoscant, quàm lubrico heic fundamento, quippe Regule Leſbie conſimili potiùs, quàm Lydeo lapidi, ut scribit, Pellius nititur. Quum verò peculiarem suam methodum, ut dixi, pro numeris hujus famosi Tangentis 122725, ut puta ad M. $42 \frac{1}{16}$ eruendis, ita separare velit, ut nec Ludolphum, nec Canonem Tangentium interea consulat; Opera pretium est eandem ex præceptis ejusdem cognoscere; & simul majoris perspicuitatis ergò, ad Regulam aut eam proportionis revocare, atque in praxin trahere.

Summa igitur hujus Pellianæ methodi est; quod ut differentia inter quadratum radii Circuli, & quadratum Tangentis suppositi, est ad quadratum duplicis radii, sic ipse suppositus Tangens, ad Tangentem arcus dupli; nam ut 91 ad 200, sic 3. ($6 \frac{18140}{100000}$), &c. velut hosce numeros Pellius in praxi sua ostendit.

Pulchra certe methodus, & à Pellio amplius, si possit, Geometricè, demonstratu digna. Velut propositio illa, quā ostenditur radius Circuli medium proportionale inter datum Tangentem, & hujus complementum.

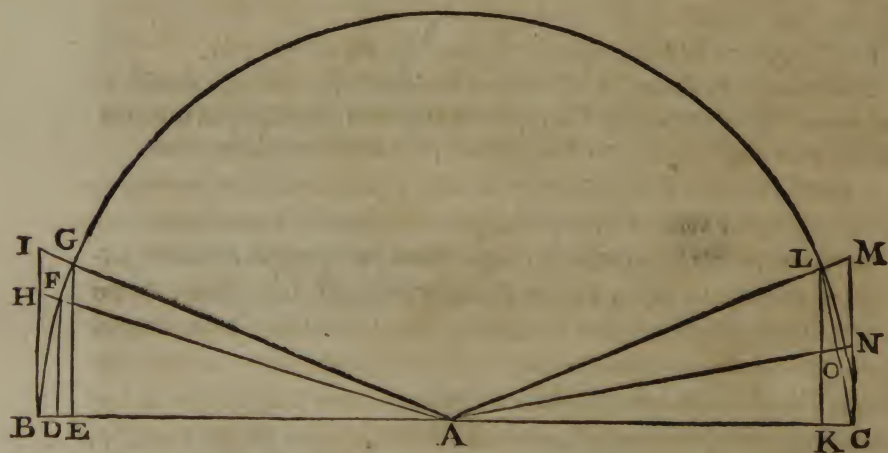
Porro Pellium sine Tangentium canone, ut dicit, ad talem methodum pervenisse, vix nobis, si vel Apollo esset, persuadebit. Primo enim dum methodum suam in operationis compendium per numeros cōtrahere satagerat, evidens est ipsum Canone Palatino in Tangentibus usum. Arcum enim $16 \frac{9144}{100000}$ gr. cujus radius 10, & Tangens 3, ex dicto Canone omninò excerptū esse deprehendes. Deinde nec aliam originationem cæteros, quos ponit Tangentes, habere credibile est, quum proximè Tangentibus in Canone vulgari respondeant, & ante omnes ille ad $4' 2 \frac{1}{16}$, nempe 122725, sæpius nominatus; hic enim è Canone Tang. 122724, proximè reperitur.

Sed habeat Pelliana methodus suam commendationem; interim

quod M. Cicero 1. Offic. in Panetio arguit, id nos in Pellio numeris usuro multò magis jure reprehendimus, nempe ipsum methodum suam præposterè in praxin dirigere. Nam nisi Pellius nos docuerit, quemadmodum absque Tangente ad $21 \frac{3}{32}$ m. supponendo, illum famosum 122725-ad $42 \frac{3}{15}$ Minvenerit, hariolari hic illum arbitrabimur, & Tangentes istos suos, quos dixi, potiùs ex ipso Canone mutuari suspicabimur. Verum deinceps, quam habet Pellii methodus, præ ceteris, prærogativam considerabimus, ubi priùs demonstraverimus Canonem Trigonometricum, sub initium suum, unde Tangens hic ad $42' \frac{3}{15}$ exsculptus videtur, admodum incertum esse, & ideò Circuli mensuræ inde acquirendæ, ob defectum suum ibidem, valde ineptum.

Incertitudinem & defectum sinuum ac Tāgentium, sub initium Canonis Trigonometrici demonstrare, ac quodammodo, in uno exemplo, restituere.

Vi autem Canonis Trigonometriæ, sub suum initium, incertitudinem ostendamus, ac omnibus evidentiorē reddamus, eundem in duplex cum suis numeris Examen sumus adducturi: Igitur:



A Centro, describatur semicirculus BC, ut Polygona præcipua Circulo heic adscribenda quoque intra semisses suos maneant.

Deinde

Deinde penes B, ad Sinistram, explicetur ἀντίθεσις Ptolemæi lib. 1. Almag. cap. 9. quæ duo proxima latera Polygonorum inscriptorum inæqualia, minorem rationem inter se servant, atque totidem arcus, quos subtendunt:

Ad dexteram verò, juxta C, semisses duplicatorum arcuum, sinuum atque tangentium inter se, pariter cum numeris in Canone collatorum; ut sic certitudo, quam Canon sub initium suum exhibet, cuique soli Pellius confiat, ab omnibus Mathematicis in ipsa Veritate deprehendatur, ac judicetur.

Ad Ptolemæum ut veniamus, sit BF arcus 3, & BG 4. Ergò horum ratio est $1\frac{1}{3}$; Sit rursus DF sinus reclus arcus BF, & EGS. reclus arcus BG. Quoniam igitur DF minorem habet rationem ad arcum BF, quàm EG ad arcum BG, sequitur id quod Ptolemæus arguit: minorem esse rationem EG ad DF, quàm arcus BG ad arcum BF.

Contrà verò, quia BI tangens arcus BG, majorem habet rationem ad arcum EG, quàm tangens BH, ad arcum BF; idè quoque BI majorem habet rationem ad BH, quàm BG ad BF. Hæc Geometricè atque ἐμπειρικῶς ita habentur, sed iisdem numeri Canonis sub initium hujus nequaquam respondent.

Exempla, ubi radius Circuli ad 10000000 se extendit,

Sit BG arcus 24 M. hujus sin, r. 69813, sed arcus BF 18 M, cujus S. r. 52359. At quia 24 & 18 sunt in ratione $1\frac{1}{3}$, oportet igitur ut minor sit ratio inter 69813 & 52359, sed sensibilibus major deprehenditur; Similiter tangens BI 69813, majorem habet rationem ad Tang. BH 52359, quàm 24 M. ad 18 M, quum Tangens ad 24 M. & sinus reclus, ad eadem mixta, æquales in Canone conspiciantur.

Atqui id fuit, quod Longomontanus demonstrativè, in refutationem Pellipramisit, licet per lulum, seriâ tamen admonitione adjectâ; unde satis intelligitur, Canonem, sub initium, ab ipsis demonstrationibus deflectere.

Consimili quoque fato, ab altera parte, ubi Arcus, Sinus recli, atque Tangentes in dupla ratione conspiciuntur, rem experiemur. Sit enim & hic arcus CL. $21\frac{1}{3}$ M. à quo Pellius auspicium suum necessario fecisset, modò tangentem ad duplum arcus nempe $42\frac{2}{3}$ constitutuere voluisset,

velut methodus ipsius jubet, & superius est admonitum. Ergò ad eundem arcum $21\frac{3}{32}$ M. sinus rectus KL pariter & Tangens CM. est 61359- è Canone; sed & CL subtensa hisce quoque è Canone equalis est; Quæ cuncta demonstrationi reclamant, ubi KL linea minor erit CL, & ideo multò minor quàm CM.

Viderit igitur Pellius ille sagacissimus, & alii cum ipso, quo fundamento nititur, dum tangentem ad $42\frac{3}{10}$ M. nempe 122725- ἀσάλευτον esse, & ab omni errore liberare velit, dimidio hujus, ut puta $21\frac{3}{32}$ M, à cujus Tang. velut basi auspicabitur, incòmodis modo demonstratis infecto.

Nunc praxin juxta Pellii Paradeigma adjicere placet.

Tangens ad $21\frac{3}{32}$ M, quia ex Canone est 61359. erit ejus quadr. 2764926881, à quad. radii 10000000000000 subductum, relinquit differentiam 99996235073119; Stant proinde numeri juxta methodum Pellii:

I. Differentia, &c.

99996235073119.

II. Duplex quadr. radii.

2000000000000000.

Tertio loco, Tang. 61359, unde quotus 122723- pro tãgente ad $42\frac{3}{10}$. Pellius autem habet minus 122725, ut credam ipsum supposuisse Tangentem ad subduplum, nempe $21\frac{3}{32}$ ex canone Palatino, ubi etiam paulò minus invenitur 61360. Vnde Tangens ad $42\frac{3}{10}$ est 122724, ut cum Canone vulgari proximè conveniat; velut suprà est ostensum.

At dicat aliquis; (Pellio utinam & candidior, & Veritatis amantior) hæc Canonis incommoda sub ejus initium largiri quidem egor, quia modò abs te sunt demonstrata; sed undè ejusdem defectum inibi cognoscam? Respondeo: in ipsa praxi, causas, quæ Apologie cap. ultimo lib. I de mensura Rotundi Plani, adjecta sunt, secum afferente.

Verum enimverò, quandoquidem de Tangentium pervestigatione, & quidè sub initium Canonis, maximè Questio est, dico, quòd dum ea paulatim vel ad initium descendit, ideo in Sinus rectos, maximè verò Tangentes defectum inducat, quia inter sinum rectum, & inscriptam lineam ejusdem arcus, nullam sensibilem differentiam relinquit, ob sinus recti ac versi ibidem disproportionem; veluti in dicta Apologia indicatum est. Quæ quoque Causa Valentini Othonem operis Palatini, ingenti cum labore, confectorem, à communi via Canonis perficiendi, juxta dodran-

tem

tem grad. suspenderat; ut pag. 44. lib. 3. Operis istius reperies. Quia verò sic etiam sinus rectus duplicis arcus, sub initium Canonis, ut dixi, absque defectu esse nequit, dum in superiori figura sinus rectus KL non minor ab initio Canonis usque ad 24, in numeris, deprehenditur, quam CL. Et quia linea AK, tam propè ad radium AC accedit, ut inter has lineas, vix ulla sensibilis differentia, respectu radii 10000000 inveniat; Quare dum est ut AK ad KL, sic radius AC ad Tangentem CM; igitur quia KL & CM in Canone ad 24 M, numeris, contra superius demonstrata, reperiuntur aequales, facile advertitur quod Tangens CM, minor justò evadat, nec etiam sinus rectus KL, defectu hoc loco careat, quando praxin per numeros successivè huc extenderis.

Sed ad Pellii methodum, nuper, quod videtur, inventam, ut simul respondeatur, illa quia contrà ab initio Canonis ascendit, & ideo necessario Tangentem in defectu intra 24; nempe ad $2 \frac{1}{11}$ presupponit, quare non solum ob eam causam Tangentem ad $4 \frac{1}{11}$ justò minorem consequitur, sed etiam (quod animadversione dignum est,) quadratum Tangentis supponendi, quo minus, ut circa initium, numero fuerit, eo quoque sequens Tangens ad arcum duplum justò minor evadit. Nam si quadratum prioris Tangentis infra 10 siphras se continuerit, Tangens quaesitus, arcus dupli sensibilibiter ultra duplum prioris se non extendit. Sic enim methodus Pellii cum superiori circa defectum Tang. Canonis sub initium, bellè coincidit, quod ipsum minùs animadvertisse miramur. Interim eadem laudanda est, praeipue modo Geometricè demonstrabilis; nam, per ipsam, Canonem Trigonometricum construi posse video; non tamen verius, (ut modo intellexisti) quàm per illam, quæ ad finem Cyclometrie Hamburg. sufficienter, etiam pro sinibus atque secantibus demonstratur. Sed de Canonis huius Trigonometrici insufficiencia in hoc argumento iudicium Dibradii nostri ulterius in dicta Apologia cognosces; Cur igitur nunc magis à nostris, imò Belgis & omnibus sanioribus, ac Veritatis amantibus Mathematicis, ex modo demonstratis, defectus huiusmodi Canonis in dubium vocabitur?

Postremo, quoniam ab hoc Canonis Triangulorum defectu, nempe sub initium, usque ad 24 M. & amplius, nemo huius confector risè nos expedire potuit, adeò ut hinc rationem peripherie ad Diametrum Circuli,

Circuli, in Veritate eruere sustineret; etiam dum ad imitationem Archimedis peripheriam Circuli in minutissimas particulas secando, & ad initium tendendo, ut Ludolphus fecitavit. Nam semper, ut ostensum est, numeri etiam vastissimi, in praxin, secundum Diametri positionem, directi, hic ab ipsis demonstrationibus deficiunt. Si igitur debita instauratio Canonis sub initium [vel quodammodo] ut dixi, fiet, veram rationem Circuli peripheriæ ad Diametrum prius notam esse oportet, ut hinc arcus ad imperata minuta exputati, cum ipsis sinibus, qui semper minores, & tangentibus, qui semper maiores esse debent, $\pi\epsilon\epsilon\lambda\lambda\eta\lambda\omega\varsigma$ conferri poterint. Illam autem, si aliam quam $\sqrt{9\frac{1611}{1849}}$ esse, qui, cum Paulo Guldino, & Ioanne Pellio, præsumserit. Quaeso, ut Longomontanum non obliquâ suâ, velut hætenus, instantiâ refellant; sed iustâ analysi atque redargutione Scripta ipsius in hoc argumento à capite ad calcem usque resolvant, ac si possunt, non verbis, sed operâ ipsâ refutent, imprimis publ. juris facta, & ipsis (modo quærentibus) ad manus perventâ; nempe Rotundi Plani mensuram, & Lunula trigonici cum Circuli partibus æquationem; præter Circuli Quadr. & ceteros Tractatus hætenus in publ. missos: Nam Rhodus in illis est, ubi meritò istos, aliosque inventæ Veritatis adversarios saltare oportuisset, priusquam triumphum de Longomontani Cyclometria egissent; de qua, si Naturam consulueris, nihil eadem operatu facilius est, ut in omnibus præmemoratis Tractatibus reperies. Dum autem prius heic in uno exemplo Canonis restitutioni quodammodo insistemus, erit ex ratione Diametri ad peripheriam $\sqrt{9\frac{1611}{1849}}$ in numeris, ut superius, solutis $\frac{3141595}{1000000}$, unde provenit arcus $2'1\frac{3}{32}$, seu Polygonon 512 lat. 61364 $\frac{41}{100}$ proximè. Hoc verò numero nonnihil aucto, ut sit pro tangente 61365 ad arcum $2'1\frac{3}{32}$ M. experiemur, si placet, vel ad ipsius Pellii methodum, quantus tangens arcus dupli, ut puta ad $4'2\frac{3}{16}$ prodat. Praxis:

Primò Quadr. de 61365, est 3765663235. Ergo, differentia à quadr. Radii est 99996234336765.

Secundò Quadr. duplicis radii 20000000000000.

Tertiò ipse suppositus tangens 61365. Ex hisce autem tribus terminis, ordine in Regula proportionis positus, oritur quartus pro tangente ad $4'2\frac{3}{16}$ M. nempe 122734 $\frac{1}{3}$ proxime, undè polygonum circumscrip-

pium

prum 256 lat: est 31420075; Peripheria autem Circuli ex inventione Longomontani 31418596.

Superas igitur Polygonon circumscriptum Circuli ejusdem Peripheriam, differentia, ut vides, satis notabili, radio scilicet ad septem siphras dato.

Quamquam autem haec ita fuerint, tamen nihil sensibile analysi Triangulorum ex Canone important, ut ex Introductione Cycl. Hamburg. adjecta comperies. Nam ob differentiam inter sinum rectum ad 24 M. in Canone, nempe 69813, & arcum ejusdem e Periph. Longomontani, unitas finalis in 11000 nendum accrescit, ut experimento patebit.

Canonis igitur instaurandi ergo, tantos labores exantlantes, in hoc argumento, Longomontanus non putaverat, [quamvis forte haec res talibus digna foret] sed multo magis, ut Circuli mensuram absolutam tandem ex Natura, Geometria ac Numeris demonstraret, atque in Kempub. Mathem. rite depromeret. Quod quae felicitate expeditum, sanctiores ac sinceriores Mathematici aequando judicabunt.

Atqui has paucas pagellas in ulteriorem Pellii Refutationem, importuna ac clandestina, imò turpis ac consumeliosa Calumnia de Longemontano ab ipso sparsa, & non solum apud suos in Belgio, sine dubio, sed etiam in Epistola huc ad amicum scripta, nobis extorsit; licet praemissa intelligenti satis fuisset. Dolendum profecto est, ingenia liberalia, & literis ceteroquin humanioribus, magno cum Reipublic. emolumento promovendis, nata, pessimae huic arti Calumniandi, tam immature se tradere velle, unde non modo veritas, sed & simul Christiana charitas, maxime (post illam in Deum sincerissimam) aestimanda, naufragium patitur. * Αὐτε γὰρ πρὶν. Prinde prior qui (astu in solii sui assillis numeris; fastu in Epistola, &c.) laesi, merito pleitendus, etiam quod nunc quoque in innocentem illum, pro libidine sua iterato incurrat, quippe cui hactenus nihil magis in votis fuerat, quam pacem cum omnibus hominibus, ad aras usque, coluisse, & Veritatem, in Ceno sepulcrum, propagando, quanti ro potuit, omnibus profuisse, nemini nocuisse. Quod adhuc, divina gratia, a Longomontano praestitum esse, non modo Candidi omnes praesentes, sed & posteri, si qui futuri, loquentur.

p. 73. l. 10.

M. Ga.
141. 1.

p. 73. l. 8.

p. 42. l. 28.

p. 45. l.

p. 46.

p. 1.

p. 2. l. 20.

p. 14. l. 33.

p. 60. l. 6.

p. 13.

DOlendum est, nobis non adesse Plautinum *Palestrionem*, qui exclamet, *O praeclarum senem, si, quas memorat, virtutes habet!* Dolendum potius est, aliquantulum *prudencie Longomontano* non adfuisse, quæ moneret ne mihi inolestum laborem, sibi autem inmenſum dedecus conciliaret, de meâ Epistolâ conquerendo; nec me invitū cogeret illam *edere* atque rationes reddere cur ita scripserim; hoc est, *demonstrare* vera esse omnia illa, quæ de eo ibi dicta sunt. Nam si illam non legisset vel si *privatim* exposulâſſet mecum de iis quæ illi displicuiſſent, in *impresso* autem libello, illorum mentionem nullam fecisset; potuiſſem hæc dissimulare, nec *omnium* oculis exponere literas, quæ *unius* lectioni fuerant destinatæ: & bipartitò respondiſſem, impressa impressis, privata privatis opponens. Postquam autem non tantum frivolas ratiunculas, sed etiam tot injustè de me *publicè* factas querelas mihi diluendas videbam, dementis adversarii causâ, ad saniorum judicia *iterum privatim* provocandum non censui; sed *librum* potius *edendum*, qui indicaret quid contra Longomontanum egerim, quoque consilio illud inceperim: deinde & reliquis ejus ineptiis ita responderet, ut sive cum *cerito* sene sive cum illis, nescio quibus, *larvatis* luctarer, Lectores mei putare possent se bonas horas non male collocâſſe.

Talia animo agitantem & de formâ operis futuri deliberantem, paulisper interpellavit appropinquans *anni secundi finis*. Kalendis enim Sextilibus Anni 1643 scripserat Longomontanus dedicatoriam epistolam istius libri; quem *eodem die* Anni 1644, ita refutavi, ut *integrū annum* expectationi de sene nostro concedendum putarem: Si autem non resipisceret & *παλινοδία* ederet ante Calendas Sextiles Anni 1645, mihi denuò cōtra illum paulò apertius scribendum judicarem. Acceperam autem libellum Hauniēsem, 12 Cal. Sextil. Illis igitur residuis diebus *decem*, sanioris responsi expectatione frustra etiam exactis, meam resumpſi chartulam; eamque, ut utrique scripto Hauniensi opponi posset, explicatiorem reddidi in hunc modum.

Tam

TAm peritus si fuisset novus ille Cyclometra, quàm videri voluit, quando omnes Mathematicos provocare ausus est; fieri non posset quin vim meæ refutationis, Anno 1644 editæ, potuisset assequi; nec pro *παλιωδία*, quam à viris ingenuis solus veritatis amor extorquere solet, convitia & frivola ἀπροσδιευστα reponere maluisset. Peritiores igitur, qui videntur me ibi plenissimè demonstrasse *falsam esse illam Circuli mensuram quam ille venditat*, ignorent quidd, illius causâ, verbosior solito factus, *idem argumentum* pluribus, quàm ipse vellem, exponam; nec novis rationibus, quæ facile afferri possent, eam *oppugnandam* censeam, quam ipsi jam satis à me *expugnatam* agnoscunt. Videbor enim prioribus diffidere, si alias attulero. Nec ille novas meliùs intellecturus vel iis minùs inepte responsurus videtur. Omnino *eandem ἐλεγχιν* repetere debui, multò tamen apertius quàm antè explicatam, quò clariùs videre possit quàm prorsus nihil ad me spectent ea omnia quæ hæcenus respondit.

1. Portionem, tam peripheriæ, quàm rectæ circulum tangentis, intercipient duæ rectæ connectentes circuli centrum cum puncto contactûs & cum quolibet alio infinitæ istius tangentis puncto.

2. Portio tangentis ita interceptæ vocatur *tangens arcûs intercepti*, & contra, arcus interceptus vocatur *arcus tangentis interceptæ*.

3. Ergo, Omnis linea recta finita habet in quolibet circulo suum arcum, cujus tangens esse dicitur. [Non contra. vide 8 hujus]

4. Si recta intercepta, æqualis fuerit Radio circuli quem tangit, arcus interceptus erit circularis peripheriæ pars octava. 45 gr.

5. Breviorum arcuum ejusdem circuli, breviores sunt tangentes & longiorum longiores.

6. Et contra. Tangentium breviorum breviores sunt arcûs, & longiorum longiores.

K 2

7. Si verò

7. Si verò arcus interceptus, fuerit totius peripheriæ quadrans vel quadrante major; altera intercipientium, in infinitum licet producta, nunquam in tangentem incidet.

8. Soli ergo arcus quadrante minores habent suas terminatas tangentes.

9. Ex solis ergo tangentibus, Radio brevioribus, elici possunt finita tangentes arcus dupli.

10. Dato Circuli Radio & tangente arcus minoris quam 45 gr. 00', tangentem arcus dupli invenire *delineando* facillimum est & vulgare.

p. 13. l. 8.

11. *Supputando* verò invenitur ope novi nostri Theorematis $\frac{2RRT}{RR-TT} = d$. Id est si Tangens cujuslibet arcus minoris quam 45 gr. 00' ducatur in duplum Quadratum Radii, è Quadrato Radii auferatur Tangentis quadratum; illud productum dividatur per hoc residuum, Quotus erit Tangens arcus dupli.

Sit Radius, 10; Tangens, 3; Tangens dupli arcus erit $\frac{600}{91}$, Quamvis enim nescias, quantus sit arcus tangentis datæ 3, scis tamen arcum istum esse minorem quam 45 gr. per 4 & 6. hujus. Ideoque, per hoc Theorema $\frac{600}{91}$ erit Tangens arcus dupli.

12. Hujus Theorematis alibi à nobis demonstrati, omnes usus hîc enumerare velle, ineptum foret. *Unum* præsentinegotio accommodatum apponere sufficiat, nempe, Si data aliqua linea recta sit *major* tangente alicujus arcus per continuam peripheriæ bisectionem inventi; qui illam dixerit *minorem* esse eâ tangente, refutari poterit ope 4 & 11 hujus: Et proinde, quicumque Circularis peripheriæ areaeque mensuras *justis majoribus* pro justis vendiderit, iisdem argumentis per solas multiplicationes & divisiones facile & funditus refutabitur.

13. Exemplum hujus artificii commodè ostendetur, in Illo qui, ne cyclometriæ suæ falsitas detegeretur, contendit omnia huc usque nota examina, erroribus necessario esse obnoxia, propter calculi lubricitatem in iteratis radicum extractionibus; quamobrem novum hunc refutandi modum excogitare coactus sum, ubi nullis radicum extractionibus opus est.

est. Corruet enim universa ejus cyclometria, quamprimum demonstravero $\frac{1227,2889}{100000}$ radii esse *majorem* tãgente $\frac{1}{11}$ peripheriæ, id est, arcûs 0 gr. 42' $\frac{1}{11}$; quum ex ejus placitis sequatur, eandem radii portionem, *minorem* esse tãgente illius arcûs.

14. Oportet ergo demonstrare, Tantam portionem radii, majorem esse tãgente $\frac{1}{11}$ peripheriæ sive $\frac{1}{11}$ quadrantis. Id est, Si Radius habuerit 100000, 0000 particulas æquales Tangentem 0 gr. 42' $\frac{1}{11}$ habituram pauciores quàm 1227,2889.

15. Alius fortasse, hoc demonstraturus, quæreret veram Tangentem arcûs 0. 42' $\frac{1}{11}$, inventam conferret cum 1227,2889: vel quæreret verum arcum Tangentis 0. 01227,2889, inventum conferret cum arcu 0. 42' $\frac{1}{11}$. Verum quoniam hæc problemata vulgò solvuntur per solum Canonem Tangentium, qualem nullum extare exactum contendit adversarius; foretque nimia digressio de aliis eorum solutionibus hoc loco differere; istam methodum hîc non attingam. Neque enim Canonidebeo quod sciam quanta sit Semiquadrantis Tangens, vel arcûs 22. 30', quippe quæ, ex 4 & 11 hujus, demonstratur esse ad radiû, ut $\sqrt{2}$. — 1 ad 1 & proinde esse 0. 41421, *p. 24 l. 33.* 35623, 7309 &c. Quoniam tamen adversarius toties contra radicum *extrações iteratas* declamitat, Ego ne *simplice* quidem *extraçãoe* in hac demonstratione utar, sed contentus unâ *q. hujus.* illâ semiquadrantis tãgente, prorsus aliâ viã incedam, quam nempe in 12 hujus indicavi.

16. Nec tamen componam molestam æquationem, quæ ostendat habitudinem inter tangentes arcuum habentium rationem 64 ad 1, Per v & vi hujus, & interpositos numeros, quasi gradus, facilius ad metam pervenimus. Nam ab arcu 45. 00 cujus tangentem novimus, ad arcû propositum 0. 42' $\frac{1}{11}$, descenditur per 6 continuas bisectiones; ideoque totidem quæro tangentes, radio commensurabiles (ne calculo molestiam creent) *maiores* verò tangentibus ipsorum 6 arcuum sic inventorum; ita tamen *maiores*, ut, cum quolibet pertineat ad arcum majorem semisse proxime præcedentis, ultima tamen

K 3

maneat

maneat minor propositâ 0.01227, 2889; Neque numeris grâdioribus quàm opus est, exprimantur. Tales invenio eas, quarum rationes ad radium 100000, 00 exprimunt hi 6 numeri, 41421, 36 19891, 24 9849, 15 4912, 69 2454, 86 $\frac{1}{10}$ 1227, 25. Quomodo autem felicissimè quærantur tales numeri alibi ostendetur.

17. Ad sequentem demonstrationem sufficiet, si harum 6. tangentium ignoti arcûs distinguantur per elementorum nomina A.B.C.D.E.F. [vide 3 & 15 hujus]

18. Possunt enim horum ignotorum arcuum duplicatorum tangentes inveniri & in hunc modum disponi,

19 Si	$\left\{ \begin{array}{l} 0.41421,36 \\ 0.19891,24 \\ 0.09849,15 \\ 0.04912,69 \\ 0.02454,86\frac{1}{10} \\ 0.01227,25 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} A \\ B \\ C \\ D \\ E \\ F \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 1.00000,01,29- \\ 0.41421,36,36- \\ 0.19891,25,66+ \\ 0.09849,15,45+ \\ 0.04912,69,66- \\ 0.02454,86,97+ \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 2A \\ 2B \\ 2C \\ 2D \\ 2E \\ 2F \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{per} \\ 16, \\ 17, \\ \& \\ 11, \\ \text{hujus.} \end{array} \right\}$

20. Radius est 100000, 00 Per 16 hujus

21. Tangens 45 grad, 00' est æqualis radio. Per 4. hujus.

22. Ergo Tangens 45 grad, 00' est 1,00000,00. Per 20, 21.

23. 1.00000, 0129 est tangens arcûs 2A. Per 19 hujus.

24. 1, 00000, 00 est minor quàm 1, 00000, 0129 (22. 23. 24.

25. Ergo, Tangens arcûs 45. 00' est minor quàm tangens arcûs 2A

26. Ergo, Arcus 45. 00' est minor quàm arcus 2A. Per 25, & 6.

27. Ergo, Arcus 22. 30' est minor quàm Arcus A. Per 26

28. Ergo, tangens arcûs 22. 30' est minor quàm tangens arcûs

29. At tangens arcûs A est 0, 4142136. Per 19. (A Per 27, 5.

30. Ergo, tangens arcûs 22, 30' est minor quàm 0, 4142136.

31. 0, 41421, 36 36 est tangens arcûs 2B. Per 19 hujus

32. 0, 41421, 36 est minor quàm 0, 4142136 36

33. Si fuerint tres magnitudines, & prima sit minor quàm secunda, & secunda minor quàm tertia: Prima erit minor quàm tertia.

(Ex 30. 31. 33.

34. Ergo tangens arcûs 22 30' est minor quàm 0, 4142136 36
35. Id est,

35. Id est, tangens arcus $22^{\circ} 30'$ est minor quam tangens arcus 2B. Per 31 & 34 hujus.

36. Ergo, Arcus $22^{\circ} 30'$ est minor quam arcus 2B. Per 35 & 6.

37. Ergo, Arcus $11^{\circ} 15'$ est minor quam arcus B. Ex 36.

38. Ergo, tangens arcus $11^{\circ} 15'$ est minor quam tangens arcus B, Per 37 & 5 hujus.

39. At tangens arcus B est 0, 19891, 24 Per 19

40. Ergo, tangens arcus $11^{\circ} 15'$ est minor quam 0, 19891, 24

41. 0, 19891, 2566 est tangens arcus 2C. Per 19 hujus

42. 0, 19891, 24 est minor quam 0, 19891, 2566 (40. 42. 33.

43. Ergo tangens arcus $11^{\circ} 15'$ est minor quam 0, 19891, 2566 Per

44. Id est, tangens arcus $11^{\circ} 15'$ est minor quam tangens arcus 2C. Per 41 & 43 hujus

45. Ergo, Arcus $11^{\circ} 15'$ est minor quam arcus 2C. Per 44 & 6.

46. Ergo, Arcus $5^{\circ} 37' \frac{1}{2}$ est minor quam arcus C. Ex 45.

47. Ergo, tangens arcus $5^{\circ} 37' \frac{1}{2}$ est minor quam tangens arcus C. Per 46 & 5 hujus.

48. At tangens arcus C est 0, 09849, 15. Per 19

49. Ergo tangens arcus $5^{\circ} 37' \frac{1}{2}$ est minor quam 0, 09849, 15.

50. 0, 09849, 1545 est Tangens arcus 2D. Per 19 hujus.

51. 0, 09849, 15 est minor quam 0, 09849, 1545 (Per 49. 51. 33.

52. Ergo tangens arcus $5^{\circ} 37' \frac{1}{2}$ est minor quam 0, 09849, 1545.

53. Id est, tangens arcus $5^{\circ} 37' \frac{1}{2}$ est minor quam tangens arcus 2D. Per 50 & 52 hujus.

54. Ergo arcus $5^{\circ} 37' \frac{1}{2}$ est minor quam arcus 2D. Per 53 & 6.

55. Ergo, arcus $2^{\circ} 48' \frac{1}{2}$ est minor quam arcus D. Ex 54.

56. Ergo tangens arcus $2^{\circ} 48' \frac{1}{2}$ est minor quam tangens arcus D. Per 55 & 5 hujus.

57. At tangens arcus D est 0, 04912, 69. Per 19.

58. Ergo, tangens arcus $2^{\circ} 48' \frac{1}{2}$ est minor quam 0, 04912, 69.

59. 0, 04912, 6966 est Tangens arcus 2E. Per 19 hujus.

60. 0, 04912, 69 est minor quam 0, 04912, 6966 (Per 58. 60. 63

61. Ergo, tangens arcus $2^{\circ} 48' \frac{1}{2}$ est minor quam 0, 04912, 6966.

62. Id est, tangens arcus $2^{\circ} 48' \frac{1}{2}$ est minor quam tangens arcus, 2E. Per 59 & 61 hujus.

63. Ergo

63. Ergo arcus $\bar{2}$. $48' \frac{3}{4}$ est minor quàm arcus 2E. Per 62 & 6.

64. Ergo arcus $\bar{1}$. $24' \frac{3}{8}$ est minor quàm arcus E. Ex 63.

65. Ergo tangens arcûs $\bar{1}$. $24' \frac{3}{8}$ est minor quàm tangens arcûs E, Per 64 & 5.

66. At tangens arcûs E est $0.0245486 \frac{1}{10}$. Per 19.

67. Ergo tangens arcûs $\bar{1}$. $24' \frac{3}{8}$ est minor quàm $0.0245486 \frac{1}{10}$.

68. $0.0245486 \frac{97}{100}$ est tangens arcûs 2F. Per 19 hujus.

69. $0.024548 \frac{80}{100}$ est minor quàm $0.0245486 \frac{97}{100}$ (Per 67. 69. 33.

70. Ergo tangens arcûs $\bar{1}$. $24' \frac{3}{8}$ est minor quàm $0.0245486 \frac{97}{100}$.

71. Id est tangens arcûs $\bar{1}$. $24' \frac{3}{8}$ est minor quàm tangens arcûs 2F. Per 68 & 70 hujus.

72. Ergo arcûs $\bar{1}$. $24' \frac{3}{8}$ est minor quàm arcûs 2F. Per 71 & 6

73. Ergo arcus $\bar{0}$. $42' \frac{3}{16}$ est minor quàm arcus F. Ex 72.

74. Ergo tangens arcûs $\bar{0}$. $42' \frac{3}{16}$ est minor quàm tangens arcus F. Per 73 & 5.

75. At tangens arcûs F est $0.01227, 25$. Per 19 hujus.

76. Ergo tangens $\bar{0}$. $42' \frac{3}{16}$ est minor quàm $0.01227, 25$ & proinde minor quàm $0.01227, 28 \frac{99}{100}$. Quod demonstrandum proponebatur in 13 & 14 hujus: Rem autem confeci, sine tangentium Canone aut radicum extractione, quemadmodum promisi in 15 hujus.

77. In hâc enim catenâ demonstratoria, nuspiam assumo aut concedi postulo, ullum fuisse Logistam, qui *numeris exactè* expresserit quomodo se ad radium habeant aliquorum arcuum *tangentes*; aut ullum unquam Typographum tales *canones sine erratis* impressisse. Ideoque meritò dixi, me hoc demonstrasse *sine tangentium Canone*.

78. Neque adsumo, ullum unquam hominem, *veras regulas extractionis* radicum tradidisse. Ideoque rectè affirmavi me hoc demonstrasse *sine radicum extractione*.

79. Hinc ergo liquet, quàm ineptè opponantur ea, quæ etiam si concederentur, nihil tamen huic demonstrationi nocerent, nempe *Ludolphi numeros esse falsos*; *iteratam radicum extractionem esse lubricam*, & *erroribus obnoxiam*; omnesque in omnium

Trigono-

Trigonometrarum Canonibus Tangentes esse numeros minimè accurate.

80. Vt arcus semiperipheriam metiens, ad ipsam semiperipheriam: Ita 1, ad numerum laterum polygoni ordinati circulo circumscripti, cujus semilatus est æquale tangenti istius arcus.

81. Vt $\overline{0} \cdot 42' \frac{1}{16}$ ad $185' \cdot 0'0$: Ita 1 ad 256

82. Ergo tangens arcus $\overline{0} \cdot 42' \frac{1}{16}$ est semissis lateris Polygoni ordinati, lateribus 256, Circulum circumscribentis. Ex 80, 81.

83. Ergo duplicata tangens istius arcus est latus talis Polygoni, Ex 82. (Ex 76

84. At duplicata illa tangens est minor quàm $0 \cdot 02454, 50$.

85. Ergo latus talis polygoni est minus quàm linea $2454, 50$ particularum, quales Radius habet 100000,00. Per 83. 84. 16.

86. Semiperimeter talis polygoni habet 128 latera. Ex 82

87. Ergo semiperimeter talis polygoni est minor quàm recta 31417600 partium æqualium, quales Radius habet 100000,00. Ex 85 & 86.

88. Vt circuli Radius ad Semiperimetrum cujuslibet figuræ: Ita ejusdem Circuli Diameter ad totam istius figuræ perimetrum.

89. Ergo, si Diameter dati circuli habuerit partes æquales 100000,00; tota perimeter, talis polygoni dato circulo circumscripti, erit minor recta habente partes tales $314176,00$. Per 87 & 88

90. At in omnibus illis libris Cyclometricis, quos, Annis hujus seculi 12°. 27°. 28°. 31°. 34°. 37°. 38°. 39°. 43°. 44°. 45° Hafniæ, Hamburgi vel Amsterdami edidit Christianus Severini Longomontanus, Cimber, Superiorum Mathematicum in Regiâ Danorum Academiâ Hauniensi Professor Publicus, *Diameter Circuli cujusque dicitur esse ad suam peripheriam ut unitas ad $\sqrt{9 \frac{1000}{10000}}$, hoc est, uti ipse sepe explicat, ut 100000,00 ad 314185,96 &c.*

91. Est igitur, secundum hanc Longomontani assertionem, *Peripheria circuli major quàm Perimeter polygoni ordinati, 256 Laterum, eidem circulo circumscripti. Quod est absurdum.*

L

92. Vt

92. Ut peripheria circuli, ad perimetrum circumscripti polygoni: Ita area circuli ad aream ejusdem polygoni.

93. Ergo, secundum eandem Longomontani assertionem, *Area circuli erit major quàm area talis polygoni circulo circumscripti.* Per 91. 92, hujus.

94. Area circuli est pars areæ polygoni omnis circumscripti.

95. Ergo, Si vera est illa Longomontani assertio; tum Pars erit major toto. At hoc est falsum, ergo & illud.

96. Id est; Ratio illa peripheriæ ad diametrum, [vel areæ circularis ad quadratum semidiametri,] quam Longomontanus tradidit, est *FALSA*, quippe major quàm oportuit.

97. Falsò ergo passim gloriatur Longomontanus, *se veras earum mensuras invenisse.*

98. *FALSA* item necessariò sunt omnia ejus præcepta de Circulo transformando in aequalia plana rectilinea, & contra: de Lunulis segmentisve quibuscunque circularis areæ mensurandis &c. quippe quæ falso isti fundamento superstructa sunt.

99. Et quoniam, ex veris in justâ formâ συλλογισμένης, falsa conclusio educi non potest; necessariò utique *falsam illam circuli mensuram* vel ex falsis assumptis vel ex veris imperitè conjunctis fluxisse liquet. Eorum omnium errorum & tanti frustra suscepti laboris causas, alio tempore, deregere decrevi.

100. Potuit interim apud peritiores unica illa pagella, à me ante annum edita, abunde sufficere omnibus istis XC quaternionibus ita refutandis, ut incredibiles ejus tot annorum labores in argumento Cyclometrico exantlatos prorsus periisse viderent. Iam autem, propter quorundam, præsertim ipsius Longomontani, imperitiam, eadem Apodeixis hoc modo explicata vel imperitiores lectores idem videre coget: At quod viderunt fateri, nulla unquam pertinaces, minusque ingenuos coget demonstratio.

Scriptum Amstelodami, Calendis Sextilibus, Anno 1645.

Ne

Ne cui sit mirum, unde illud sit quod hic tam *distinctè* li-
brorum Longomontani molem & editiones numeraverim, p. 81. s. 100.
quum in ipsâ primâ refutatiunculâ, *indefinitè* tantum scripsis-
sem *unicam* istam pagellam abunde *sufficere*, TOT chartis librisque p. 14. l. 27.
ALIVOTIES editis refutandis; item, TOT annorum labores per- l. 30.
iisse: Sciat Lector, me, paulo ante hujus explicationis scrip-
tionem, nactum fuisse nonnulla scripta Hauniensia, atque
inter reliqua, unum De *επεχειρ. proportionis sesquitercie*; libellum
quidem frivolum, at non ingratum, propter adjunctum Cata-
logum Tractatum de argumento Cyclometrico in lucem ab Authore
[Longomontano] emissorum. Illum Catalogum hic recudendum
censui, quod pluribus innotesceret hæc, tam diuturna atque
εξαρθημάτων tam ferax, senis nostri Febris Cyclometrica. Ma-
ximè quum toties eorum omnium mentionem faciat Longo-
montanus & hic Anonymus Hauniensis. [Labores Longomontani p. 41. l. 4.
&c. Pag. 65. per XII Tractatus de circuli mensura] & paulò pòst l. 20.
[multoties per omnes XII Tractatus Cyclometricos hactenus superiori- l. 29.
bus annis à Christiano Longomontano in lucem publ. promotos &c.]
Item, pag. 66. [ἀγεις ne in unam omnium propositionum præfato- l. 18.
rum XII tractatum Longomontani refutandam, ab ipsis [Gul-
dino & Pellio] est tentata. Postea verò pag. 72. Totum illud Au- l. 13.
giæ stabulum dissentientibus purgandum datur. *Iustâ*, inquit,
analysis atque *redargutione* scripta ipsius [Longomontani] in hoc argu-
mento, à capite ad calcem usque *resolvant*, ac si possunt, non ver-
bis, sed *operâ* ipsâ *refutent*, imprimis publici juris facta, & ipsis
(modo querentibus) ad manûs pervēta, &c. Et paulò pòst, nihil [Lon-
gomontani Cyclometri.] *operatu* *facilius* est, ut in omnibus præme- p. 72. l. 25.
moratis Tractatibus reperies. Nos igitur hæc arma, Cyclica an
Cyclopica, lustremus; nec dubitemus annumerare duo illa
præacuta *rela*, quæ scimus ex eodem antro in me *emissa* fuisse pag. 37.
& quidem ab ipso Longomontano, quamvis ille non dicat & 61.
quis fuerit posterioris fabricator, an idem ille *πελόφημ*
κυκλομέτρης, an alius non multò oculatior *οὐτίς*.

1. **C**yclometria ex lunulis reciproce demonstrata, unde tam area, quam perimetri Circuli exacta dimensio, & in numeros diductio sequuta est, haecenus ab omnibus Mathematicis unice desiderata. Hafniae. Anno 1612. Quatern. L.
2. Cyclometria verè ac absolute in ipsa Natura Circuli, cum rectilineo inventa, & ita quidem, ut Circino & Regula exquisitè tractari possit. Hamburgi. Typo Frobeniano. Anno Domini 1627. Quatern. O.
3. Fundamentum Cyclometriae Rationalis, nempe de symmetria longitudinis, lateris trianguli aequilateri Circulo inscripti & circumscripti, unde figura ordinata Circulo inscripta, Triangulares areae ejusdem Circuli commensurabiles. Cum appendicula, quâ 1. Angulus contactus à periphetria contra C. Clavius demonstratur. 2. Insufficiencia peripheriae Circuli, ex ultimis ejus segmentis mensurandis, indigitatur. Hafniae Anno 1628. Quatern. F.
4. Geometriae quaesita tredecim, quibus Cyclometria Rationalis ac vera, ex Naturae fonte, in Lucem producit, atque sufficienter demonstratur. Publ. Disquisitioni, in Academia Hafniensi exposita. Hafniae Anno Domini 1631. Quatern. H.
5. Inventio Quadraturae Circuli, nempe
 - I. Symmetriae lineae rectae & circularis.
 - II. Aequalitatis lineae rectae & circularis.
 - III. Rationis Diametri Circuli ad Perimetrum ejusdem.
 Hafniae Anno Domini 1634. Quatern. V.
6. Coronis problematica, de mysteriis trium numerorum, senarii, septenarii & octonarii, quibus linea Circularis, rectae, multifariam numeris aequatur. Publ. ad discutiendum proposita. Hafniae. Anno Domini 1637. Quatern. E.
7. **P**ROBLEMATATA duo Geometrica, quorum alterum agit de duplici constitutione figurarum Circulo adscriptarum in numeris, & ipsarum collatione, ad uberiores intellectum Quadraturae Circuli, item de novo modo Circulum καὶ τῶν ἐν αὐτῷ mensurandi. Alterum de omnimoda mensura & proportionibus quinque Zonarum Terrestrium, cum tota Sphaera, & inter sese. Hafniae 1638. Quatern. F.
8. **L**iterulae supplices ad S. R. Daniae, quibus certitudo mensurae Circuli,

culi, verè inventa ita affirmatur, ut Inventoris nomen & fama alea cum quovis legitime certante subjiciantur. Hafniæ. Anno Dom. 1639. Quatern. $\frac{1}{2}$.

9. Inventio Theorematis nobilissimi, cujus consequentia necessario demonstrat lineam circulearem recta symmetricam in Natura extare. Propositio talis est:

Circulus est medium quiddam proportionale, inter triangulum æquilaterum circulo circumscriptum, & triangulum æquilaterum eidem circulo Isoperimetrum, &c. Hafniæ. Anno Domini 1643. Quatern. B.

10. Problema, quod tam equationibus in numeris, quàm comparatione ad alia antea inventa, absolutam Circuli mensuram præstat; adversus Paulum Galdinum Iesuitam. Hafniæ. Anno 1643. Quatern. C.

11. Admiranda operatio trium numerorum VI, VII, VIII, ad Circulum verè, multisque modis in se, suisque quadratis per Lunulas mensurandum; analysi uberiore, quàm Coronis superior omnia exponens. Hafn. Anno Domini 1644. Quatern. A.

12. Rotundi in plano seu Circuli absoluta mensura, duobus libellis comprehensa, quorum prior veram constitutionem Peripheriæ Circuli Synthetice perficit, & mox hujus ad Diametrum rationem [cui apologia adversus Ludolphæos est adjecta.] Posterior Geodesiam Rotundi in plano analyticè absolvit &c. Amsterdami, apud Iohann. Blaw. Anno 1644. Quatern. K.

13. 'Ερέγχα proportionis sesquitertiæ pro certis figuris circulo adscriptis & per numeros determinatis: Data Circuli Diametro. Hafniæ. Anno 1644. Quatern. B.

14. 'Ελέγξως I. Pellii ἀνασκευῆ. Haunniæ Anno 1644. Quatern. A. p. 37.

15. Controversia inter Chr. Longomontanum & I. Pellium. Haunniæ p. 63. 1645. B.

1612 I	11	1637 VI	5	1644 XI	1	59	} Quaterniones.
1627 II	14	1638 VII	6	1644 XII	10	$16\frac{1}{2}$	
1628 III	6	1639 VIII	$\frac{1}{2}$	1644 XIII	2	16	
1631 IV	8	1643 IX	2	1644 XIV	1	Sū. 91. $\frac{1}{4}$	
1634 V	20	1643 X	3	1645 XV	2		
Summa 59.		Summ. 16 $\frac{1}{2}$		Summa 16.			

L 3

Ita

Ita fiunt XV, cum ille XII tantum tractatum meminerit, omiſſis ſcilicet duobus poſtremis & *literalis iſtis ad S. Regem ſuum*, Quas, quia tantillæ ſunt, Typographo dediſſem, ſi exemplar poſſem nanciſci. Quoniam verò operæ pretium eſt audire earum audaciam, *Particulam* ſaltem apponam, ex fatuo iſto *libello*, quem *contra Guldinum* ſcripſit & ad me miſit.

Hæc, inquit, Circuli $\epsilon\upsilon\tau\epsilon\chi\upsilon$ & unica verâque mensura licet in Natura multis modis obvia reperiatur, tamen quia antequam ad eam perveneram, multum & temporis & laboris eidem insumpsi, sperans omnibus in orbe Mathematicis inventam aliquando in eâ veritatem gratissimam futuram: sed quia juxta quoque intellexi, quorundam invidiam ac malevolentiam in patriam nostram, ob tam rarum, imo antea prorsus desperatum inventum; proinde ut talia ingenia ad contradicendum excitarem, eorumque errores in me confictos, & confingendos, Apologeticis responsionibus abstergerem, ac ad ipsos denuo remitterem, equidem veritate inventi fretus ante quadriennium de hæc re literas Serenissimo & Clementissimo Regi meo submissæ obtuli, famæ fortunæque meæ, oppidò sine dubio, nocituras, modo in justa a quoquam oppugnatione caderem. Erant enim iisdem hæc verba, inter alia, inscripta: Si quis Mathematicus posthac refutationem ejus (inventi nostri) demonstrationibus meis ordine opponendam, suscepturus, sententiam suam pariter ut ego, publicandam ita corroboraverit, ut Apologiâ pro defensione Inventionis meæ expiari, vel refelli nequeat, & prorsus elidi; tunc equidem nomen Mathematici deinceps amittere & Professionem meam sponte resignare paratus sum. Porro has easdem publicatas, unâ cum Quadratura circuli, ob eandem causam, in Germaniam, Italiam, Hispaniam, Galliam, Belgium & Angliam transmitti curavi, & simul literis meis nonnullos Præstantes Mathematicos ad judicia sua de hoc invento meo ferenda, eâ, quâ par erat humanitate & liberalitate invitavi. Nec tamen in hunc usque diem, quisquam reperiis est, qui se scripto suo publicato, nobis opponeret, præter unum Paulum Guldinum, parentibus, ut audio, Orthodoxis in Germania oriundum; sed postea in Apiarium Iesuitarum impiè transvolantem. De cu-

jus fama pro Quadratura nostra expugnata, vel potius, si Diis placet, expugnanda, vehementer mihi gratulabar, fore, ut sic justâ Apologiam omnibus Mathematicis vera Cyclometria magis magisque innotesceret, &c. Hæc ille.

At vos, Mathematici, si istam intolerabilem jactantiam diutius ferre nolletis; si inextinguibile crimen *proditæ veritatis*, vobis hic imputatum, diluere inciperetis; si illi non amplius impunè liceret in vos insultare, Ludolphæos contemptim vocare, tamque pusillanimos fingere ut *Cimbris incideatis*, iisdem tamen paralogismos suos venditantibus & procaciter vos omnes lacerantibus respondere non audeatis: Si Anonymum hunc Sciolum vos tam alinè *docentem quam lubrico fundamento* ego nitar, *quamque incerti sint numeri in initio Canonis Tangentium*; atque à vobis ad *saniores, candidiores, veritatis amantiores, sinceriores Mathematicos provocantem*, patienter audire jam tandem desinentes, paulò asperius tractatum exploderetis; discerent imperiti modestiam, insolentiam dediscerent: *periti autem omnes, justam fuisse vestram indignationem pronunciarent*. At si *reipsa nobis isthæc non dolent, simulare* certè erit hominum, non omni sensu prorsus expertum,

Nam qui cum ingeniis consuetatur ejusmodi,

Neque commoveatur; ego patientem dixerò:

At is plerisque àvαισθητ & videbitur.

Ideoque & mihi indignanti ignoscetis, indignis cum ego met sum acceptus modis: Quamvis sperem me tale temperamentum adhibuisse atque deinceps adhibiturum, ut vobis videri possim *in alteram partem potius peccasse, quod illum, ut de me omnibusque Mathematicis meritis est, non exagitaverim*. Nec mihi vitio vertetis, quod Epistolam *denuò privatim* scribere noluerim, ad illum qui meam *primam*, me infcio & infulto, & quidem, inscriptione omissa, mutilatam, *ut mihi non nihil dedecoris inde conciliaret*, ediderat. Quicumque enim literas ad se privatim scriptas evulgat, ipso scriptore invito & nolente, *tali præsertim consilio*; ille seipsum facit indignum ad quem quis-

quisquam deinceps scribat, nisi publicè. *Potuiſti*, dicetis, *nullâ epistolâ adjunctâ, ad Longemontanum mittere illam refutatiuncule tue explicationem.* Potui sane: Et tale quid in animo habui, quando illam scripsi, chartæ, uti nunc videtis, ita accommodatam, ut quadruplo major esset quàm prior, unamque philyram exactè implere posset, quasi typographo statim & quidem solam traditurus essem. At postea mutavi consilium, nec unius causâ, illam seorsim *imprimi* volui, quum plura de totâ controversiâ scribere cœpisssem: Paratus tamen eram illam *manu mea scriptam* ad eum mittere, quamprimùm certa aliqua idonei hominis hinc eò proficiscentis opportunitas offerretur. Audieram enim Hauniâ discessisse amicum illum, quem solum habebam, qui illam ipsi seni in manûs traderet, idque se fecisse rescriberet. Qui, si, ut spem fecerat, huc venisset: aliquem, procul dubio, alium Hauniæ invenire posset, qui eâdem diligentia hæc nobis præstare vellet.

Explicatione istâ has ob causas sepositâ, redii ad ea contendenda, quæ ad hanc controversiam pertinentia scripseram. Hinc illa tela, quam huc usque evolutam vidistis. Multa verò tum ad omnes Mathematicos à sciolorum calumniis vindicandos, tum ad *meam* defensionem, *illiusque* sanitatem conducentia, *novas* nempe *rationes*, *pluresque* peritorum *sententias* addi posse, imò debere, videtis. Illæ igitur sequuntur. At quoniam controversiæ nostræ initia & progressûs ad hunc usque diem deduxi; quid *ipse* scripserim fecerimve, quid *ille* contrâ ediderit, quid *alii* de nostro certamine pronuntiaverint, bonâ fide exposui; nihil impedire arbitror, quò minùs, nostræ *narrationis* saltem, hîc statuatur

F I N I S.

Pag.	lin.	Scribe	Pag.	lin.	Scribe
27.	20	1, 00000, 0	56.	6	MON pro NON
28.	20	$\frac{11}{32}$ pro $\frac{1}{32}$	60.	25	Quorum pro Quorum
33.	13	oscitantia subtensæ	62.	17	fœtus
46.	25	D. Iacobus Pallieur	75.	4	rad pro rad
53.	17	(6.7) pro (5.7)	76.	7	finitæ
			53.	18.	Dele:: inter LB & in

Typographus Lectoribus S. P.

PLura daturum fuisse D. Pellium, ex iis satis liquet, quæ aliquo-
 ties in hac Narratione occurrunt. Cui plenam responsionem & de-
 fensionem ita addere decreverat, ut multa etiam nova possent Lectores
 addiscere. Ea enim in illam partem reservare, quàm solum Narratio-
 nis interrompere maluit. Verùm partim aliorum Mathematicorum sen-
 tentias, partim aliquid Palinodie similis ab ipso D. Longomontano
 expectans; hanc operis totius partem primam seriùs nobis tra-
 didit; nosque tardiùs in Typographéo processimus, quàm facturi esse-
 mus, si illum hinc tam subito discessurum fuisset suspicati. At ille, à
 Cels. Principe Auriaco, Bredam Brabantinorum vocatus, ut
 Philosophiam & Mathesin publicè doceret in novâ illâ illustri Scho-
 lâ, illius Principis auspiciis sumptibusque hoc anno apertâ, ex hac urbe
 festinatò migravit, hic solum Narrationem relinquens à nobis inchoa-
 tam, ideoque nec ipsius correctione, inter excudendum, emendatam:
 reliqua procul dubio, ibi libentiùs editurus, ubi ipse habitat; typisque
 fortasse novæ istius Scholæ Typographi usus. Nos autem hac saltem
 absolvere volumus, atque, quantum quidem autore absente potuimus,
 curare, ut quàm emendatissima in manûs vestras venirent. Quoniam
 autem post illius discessum, mihi allata fuerunt duorum Mathema-
 ticorum sententiæ de hac controversiâ; eosque D. Pellium de-
 cem illis suis adstipulatoribus, si satis tempestivè venissent, adjice-
 re voluisse credidi; nemini ingratum fore putabam, si & istas typis
 meis exscriptas huic narrationi subjungerem. Ordinem autem Chroni-
 cum, quemadmodum ipse D. Pellius fecit, observabo. Ideoque prior e-
 rit D. Claudius Mydorgius, patricius Parisinus, & Picardiæ Qua-
 stor, Geometra, post illos libros Conicorum editos, celeberrimus.
 Posterior erit D. Iacobus Golius, Mathematicum & lingue Arabicæ
 in Batavorum Academia Leidenf, Professor peritissimus.

M

Claudii

X I. **S**it BAC aeq. CAD , & angulus ad B rectus
Dico

Vt ABq_2 ad ABq Ita BD ad BC
— BCq

Sit DF aeq. BC , & BE aeq. ED .

ABq_2 ABq BDq DBC
— BCq

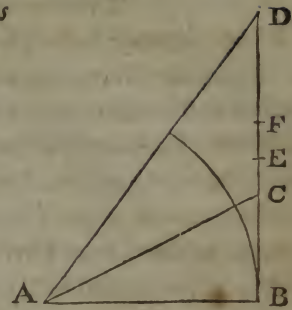
ABq ABq DBE DBC
— BCq

ABq BCq DBE DB CE

ABq BCq BDq DB CF

+ AEq + BCq

ABq BCq ADq DCq . Quod verum est propter BAD angulum bisariam sectum.



CL. MYDORGIVS.
Iunii 2. 1646.

Viro Nobili & Generoso

Domino CAROLO de CAVENTDYSSHE,
Equiti Anglo, &c.

DE chartulâ à te mihi non ita pridem communicatâ (Eques nobilis & erudite) respondi demum tibi; & contentum in eâ Theorema cyclometricum tam verum quâ potui brevitate, analyticâ mea methodo, quam ingeniosum & subtile laudavi. Vnde mihi nota non vulgaris innotuit D. I. Pellius. Sed quod tu insuper à me jam quæris & gratum tibi, ac D. Pellio expectatum, scripto significas, nonnihil anxium me detinet. Dum ruri agens, quò me infirma valetudo à musis & negotiis exulem deputavit, ad seria literis tuis evocor & pro devoti obsequii debito compellor. Quod potero tamen enitar. Inventumque Pellianum resumam & in problematis formam ita reponam.

Data

Data tangente arcûs cujuslibet; tangentem arcûs dupli in numeris exhibere.

Hoc autem problema ab omnibus Canonum Logistis vulgarem & triam insistentibus viam, communiter hætenus absolutum est per ipsos Canonum numeros & varias radicum extractiones. Primus novam ingressus viam D. Pellius geometricè construendum docuit hac Analogiâ.

Ut differentia quadratorum datæ tangentis & semidiametri, ad duplum semidiametri quadratum:

Ita data tangens,

ad tangentem arcûs dupli quæsitam.

Ut in appposito schemate, Sit circuli Quadrans AGB, dataque arcûs BI, tangens BC. Oporteatque dupli arcûs BH tangentem, in G

isidem numeris exhibere.

Si ut ABq ad ABq2. Ita fiat BC ad BD,

—BCq

Erit BD tangens quæsitâ. Quod verum sic demonstramus.

Propter angulum DAB bifariam, rectâ AC, sectum: & rectum ad B,

Ut BCq ad BAq, Ita erit DCq ad DAq sive ad BAq + BDq

Fiat DF æqualis BC. Itemque DE æq. BE. Erit DCq. æq. BCq

+ BD in CF

Quare, ut BCq ad BAq, Ita erit BCq ad BAq

+ BD in DF + BDq

Ideoque etiam ut BCq ad BAq: ita erit BD in CF ad BDq

Et ita dimidia.

Quare ut BCq ad BAq: ita erit BD in CE ad BD in BE

Et invertendo dividendoque

Ut BAq — BCq ad BAq. Ita erit BD in BC ad BD in BE

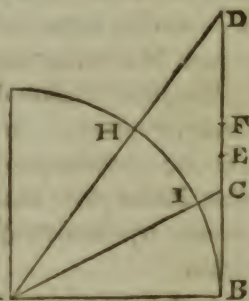
Sumptisque consequentium duplis

Ut BAq ad ABq2. Ita erit BD in BC ad BDq hoc est, ita BC ad BD.

—BCq

M 2

Quod



Quod erat demonstrandum.

Nunc tibi (Eques nobilis & erudite) de controversia inter dictum D. Pellium & D. Christianum S. Longomontanum tam liberè, quàm obsequenter respondebo.

Mihi dudum nota D. Christ. Longomontani in Mathematicis, sed in Astronomicis præsertim, fama & eruditio. Verum in Cyclometricis se infelicem nimium & sæpè sæpius prodidit, dum varias rationales & sibi effinxit & consecutus est cyclometrias, à verâ & regiâ, hoc est, geometricâ viâ aberrans.

At D. Pellius mihi per te nuper tantum, nec aliunde quàm ex præmisso sive Theoremate sive Problemate innotuit: Sed verè dicam, mihi ex uno illo ungue certò notus Leo, si non Belgicus, saltem Belgarum Mathematicus.

Ille igitur pluribus in locis, absolutam sive accuratam circuli mensuram ex assumptis sibi principiis definiens, Positâ circuli diametro 100000; ejusdem peripheriam asseruit partium 3, 14185 & amplius. Hanc Pellius justò majorem pronunciavit, & ut erroneam ac falsam omnino rejiciendam & damnandam contendit, hoc firmo Analogismo.

Arcus cujuslibet tangens, latus est dimidium polygoni circulo circumscripti, duplum arcum intercipientis. Veluti arcus 30 grad: tangens, latus est dimidium Hexagoni. Arcus 22 g. 30'. tangens, latus est dimidium Octogoni. Arcus 00 gr. 42' 11" 15" tangens, latus est dimidium polygoni 256 laterum.

At ex demonstrato sive Theoremate sive Problemate, Assumptâ in semidiametri partibus 1.00000, 00, arcus 22 gr. 30' tangente 0.41421, 36, dabitur arcus dupli 45 gr. tangens 1.00000, 01, & amplius: quæ quidem justò major erit, cum circuli radio equalis esse debeat, nempe 1.00000, 00. Igitur & assumpta 22 g. 30' tangens 0.41421, 36 justò etiam major sit necesse est.

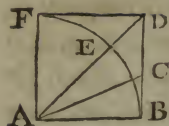
Sed ejusmodi 22 g. 30' tangens 0.41421, 36 sequitur ex assumptâ 11 gr. 15' tangente 0.19891, 24: Erit igitur & hæc justò major. Prodit autem ex assumpta 5 gr. 37' 30" tangente, 0.09849, 15: quare &

re & hæc iusto major. Sed ex arcus 2 gr. 48', 45" tangente 0. 0491269 emergit: & hæc igitur iusto etiam major erit. Sed ab arcus 1 gr. 24' 22" $\frac{1}{2}$ tangente 0, 02454, 86 derivatur: Quare & postrema hæc etiam iusto major erit. Atqui hæc huiusmodi postrema iusto major tangens ex assumptâ arcus 00 gr. 42' 11" 15" tangente 0. 01227, 25 necessario sequitur: Igitur & necessario arcus 00 gr. 42' 11" 15" tangens 0. 01227, 25 iusto major concludetur. Sed tangens 00 gr. 42' 11" 15". Latus est dimidium polygoni circulo circumscripti 256 laterum: Igitur dupla huiusmodi 0. 01227, 25 tangens, nempe 0. 02454, 50, in partibus radii 1. 00000, 00, major erit latere polygoni 256 laterum circulo circumscripti; Et sumpta in iisdem partibus ejusdem polygoni semiperimeter 3. 14176, 00 iusto etiam major erit.

Sed in iisdem partibus sumptâ circuli diametro partium tantum 1. 00000, 00, Integræ dicti polygoni perimetro tunc prædicta semiperimeter respondebit: Quare & integrâ polygoni 256 laterum circumscripti perimetro major erit perimeter 3. 14176, 00 partium siue in diametri 1. 00000 partibus, 3. 14176 partium perimeter. Quare & circuli perimetro multò major erit ejusmodi. 3. 14176 partium perimeter. Quod demonstrandum suscepit D. Pellius & effecit.

At D. Longomontanus in iisdem diametri 100000 partibus, circuli perimetrum longe plurium definit partium: nempe 314185 & amplius: Inscripti & contenti circuli perimetrum longè ampliorem constituens, circumscripti siue continentis aut ambientis polygoni perimetro; Hoc absurdissimum cum D. Pellio dicimus & minimè geometricum: Multumque inde D. Pellii gloria & nomini deberi, quod unico ariete laboriosam plurium annorum molem & Cimbrici pseudotetragonismi varias structuras funditus everterit.

Equidem memini olim mihi quadam Cyclometrica meditati satis notatu dignum hoc theorema incidisse. Diagonii excessum supra latus quadrati, siue excessum secantis arcus 45 gr. supra semidiametrum, æqualem esse tangenti arcus dimidii, 22 gr. 30'.



In Diagrammate appposito sit AFB circuli quadrans,
 BAD angulus 45 gr: ABD rectus: & recta AB, BD
 C aequales: Secante recta AD periferiam FB in E. Dico
 ED aeq. esse BC tangenti arcus 22 gr. 30'. Sive AD
 —AB
 aeq. BC: & ad numerorum $\epsilon\upsilon\mu\eta\chi\alpha\upsilon\lambda\alpha\nu$, \sqrt{AB}^2 aeq. BC.

—AB

Hac autem via, tangens 22 gr. 30' utique prodit 0. 41421, 35 $\frac{3}{7}$
 circiter, quae quidem minor est tangente superius expressa 0. 41421,
 36 à tangente arcus 00 gr. 42'. 11". 15" scilicet 0. 01227, 25 per in-
 termedias aliquas, vi firmati Theorematis tandem derivata: quae ideo
 certè iusto major censenda est, ut & ejusdem dupla pro iustà lateris po-
 lygoni circulo circumscripti 256 laterum mensurâ.

Et haec quidem sunt (Eques Nobilis & Generose) quae mihi chartulam
 Pellianam recoleti, & quantum per valetudinem non bene firmatam
 mihi hinc ruri otiosi licuit, discutiendi sese obviam dederunt, literis tuis
 respondenda. Quae ut veretur ne pro expectatione satis non sint factu-
 ra: ita ex obsequii aestimatione grata tibi & accepta fore confidit

Tui observantissimus

CL. MYDORGIVS
 Patricius Patifinus.

Aug. II. 1646.

Jacobi

Theorema quidem quod attinet; Esto circulus, cujus centrum A, arcus BC minor quàm 45 grad. ejusque tangens BE; arcus autem ejus duplus sit BD, & tangens ipsius BF. Verissimè dicitur EB esse ad BF, ut quadratum AB minus quadrato BE ad duplum quadratum AB.

16. & 12.
Lib 5. Encf.

Nunc verò despiciendum de consequentia, quā concluditur tan-
gentem arcūs $42' \frac{1}{4}$ esse minorem quam 122725. In genere, cujusnam
arcūs tangens sit numerus quisque radio 100000 00 minor, undecun-
que tandem is sit petitus, cognoscetur ex tangente, quam investigare pre-

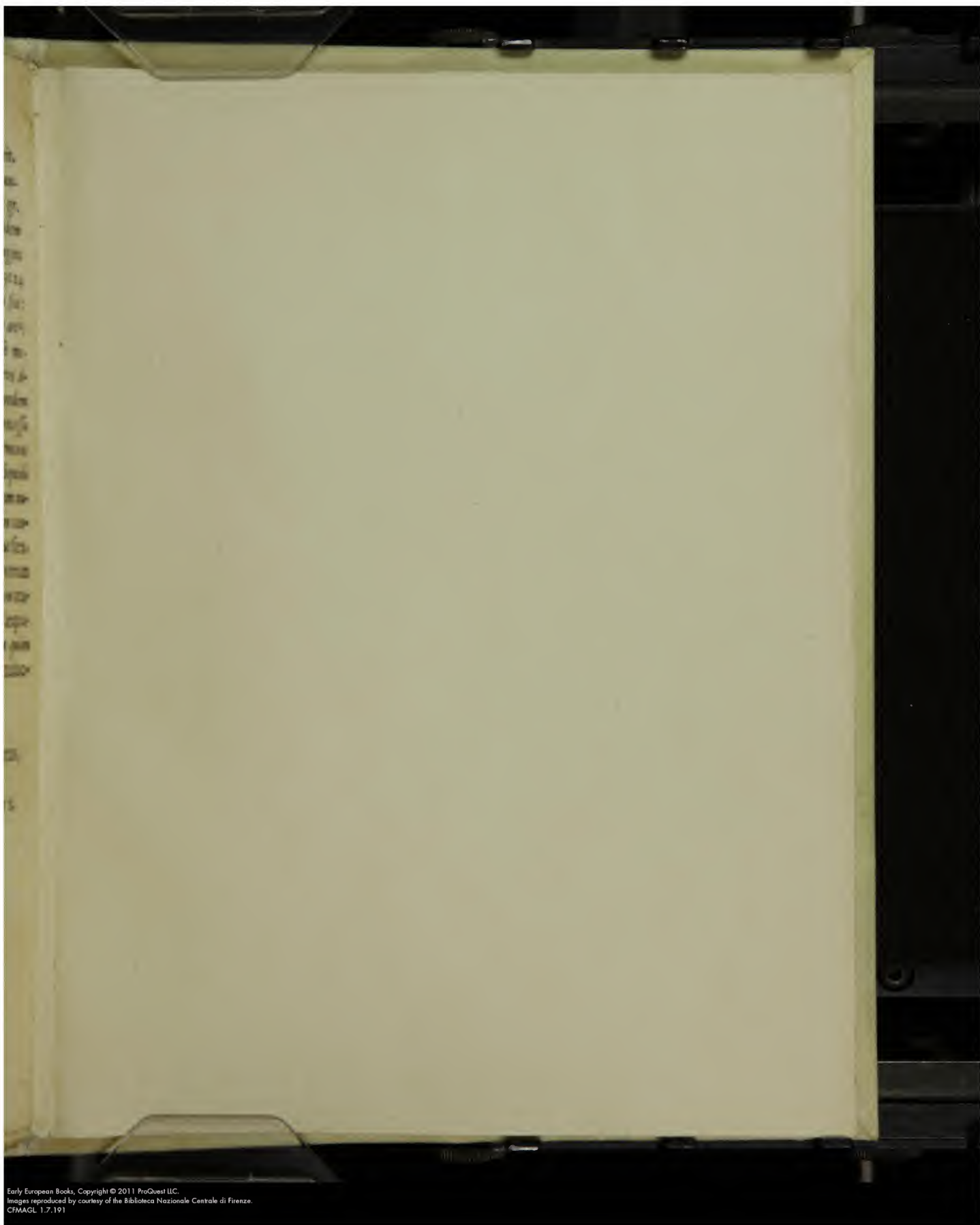
p. 13 l. 22. *præcedens Theorema docet, arcus dupli, quoad nempe hic cognitus erit. Sic cum ex 4142136 per idem Theorema derivetur arcus dupli tangens 10000000 $\frac{39}{100}$ hac autem tangens sit arcus majoris quàm 45 gr. utique & 4142136 tangens erit arcus majoris quàm 22° 30'. Eodem modo cum ex 1989124 inveniatur 4142136 $\frac{36}{100}$: hac autem tangens sit arcus adhuc majoris quàm 22° 30', oportet numerum illum 1989124 esse tangentem arcus majoris quàm 11° 15'. Atque ita de cæteris fiet: donec tandem continuatâ serie sequatur 122725 tangentem esse arcus majoris quàm 42' $\frac{3}{16}$, seu, quod idem est, tangentem 42' $\frac{3}{16}$ esse minorem quàm 122725. Vel si cui libeat rem experiri retrogradâ sive Analyticâ viâ; assumatur idem numerus 122725, cujuscunque tandem arcus hac tangens sit, & per Theorema quarantur continuato processu tangentes arcuum continuè duplorum, donec prodeat tandem terminus sextus qui quidem major erit quàm 10000001. Cum autem liquidò constet, numerum hunc esse majorem quàm sit tangens 45°, etiam numerus abhinc sextus, qui primò assumptus fuit, major erit quàm tangens arcus 42' $\frac{3}{16}$, qui in subduplâ progressionē à 45° est quoque sextus. Cum enim non possit per necessarias consequentias elici verum nisi ex vero, necesse est numerum illum 122725 esse tangentem majorem quàm 42' $\frac{3}{16}$. Ac sanè si non sit major, utique erit vel æqualis illi, vel ipsâ minor: unde sequeretur numerum majorem quàm 10000001 vel æqualem esse tangenti arcus 45°, vel eadem minorem. Quorum utrumque est absurdum.*

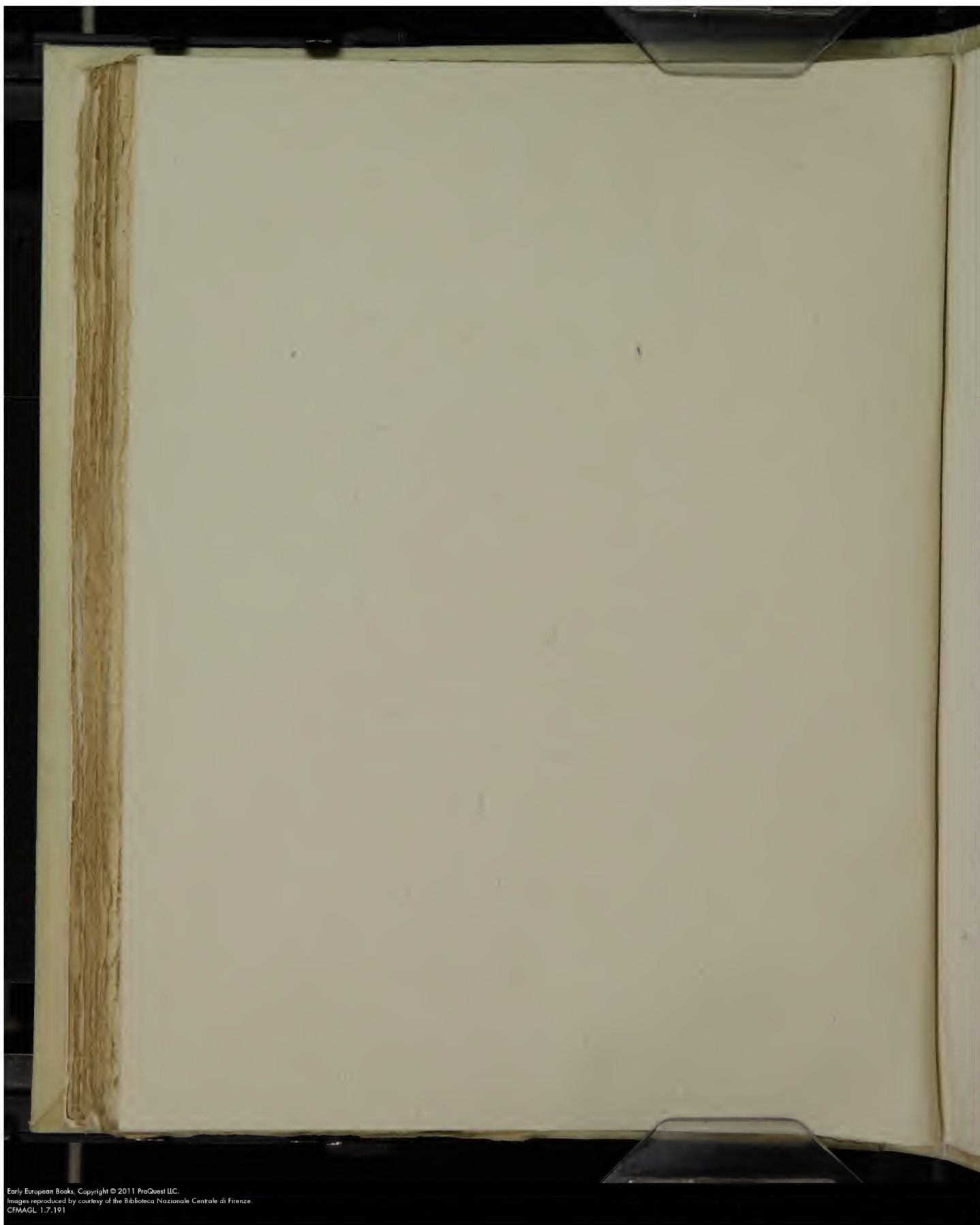
Ita cenſeo, ab utraque parte ſententiam rogatus,

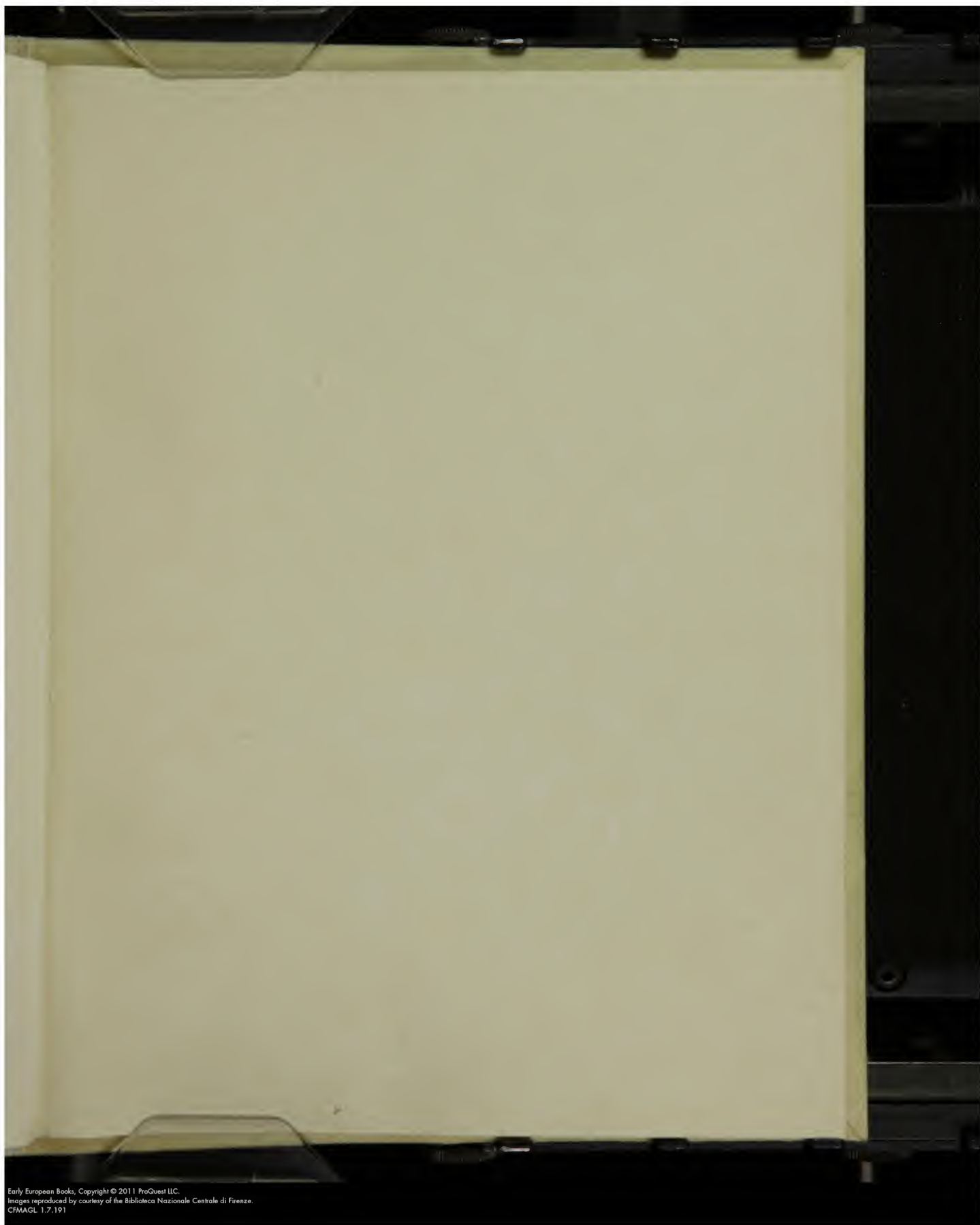
IACOBVS GOLIVS.

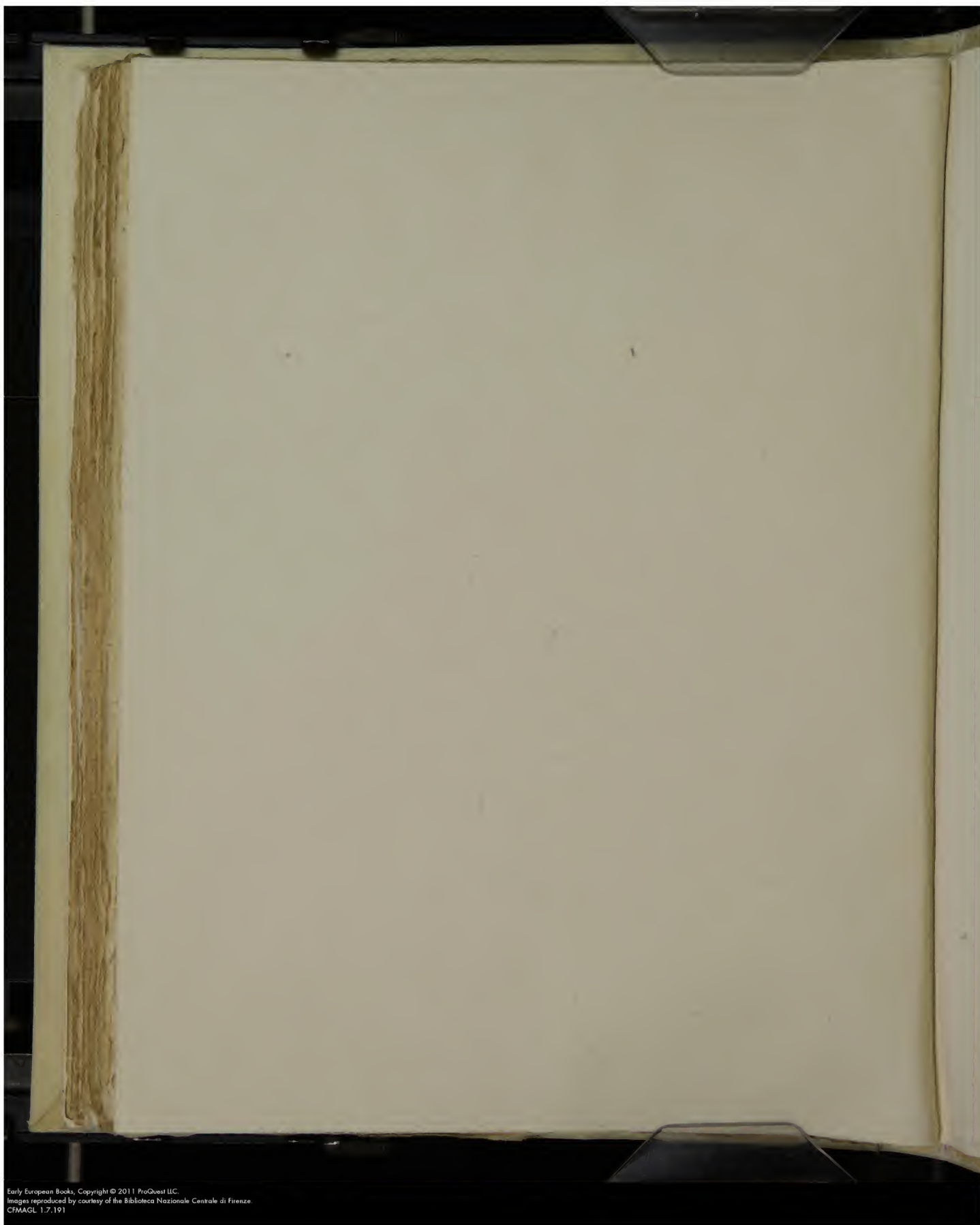
APPENDICIS FINIS.

3 In margine linea decimatercia adſcribitur 1646.











005646718

